



Étude des comportements chaotiques dans les convertisseurs statiques

Philippe Djondiné

► To cite this version:

Philippe Djondiné. Étude des comportements chaotiques dans les convertisseurs statiques. Traitement du signal et de l'image [eess.SP]. Université de Cergy Pontoise, 2015. Français. NNT : 2015CERG0768 . tel-01337626v2

HAL Id: tel-01337626

<https://hal.science/tel-01337626v2>

Submitted on 4 Jul 2016

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



THÈSE DE DOCTORAT

présentée

à l'Université de Cergy - Pontoise

École Nationale Supérieure de l'Électronique et de ses Applications

pour obtenir le grade de :

Docteur de l'Université de Cergy - Pontoise

Spécialité : Génie électrique et électronique

par

Philippe DJONDINÉ

Étude des comportements chaotiques dans les convertisseurs statiques

Soutenue le 07 juillet 2015 devant le jury composé de :

Bruno ROBERT	Pr, CReSTIC Reims	rapporteur
Alain GLUMINEAU	Pr, École Centrale de Nantes	rapporteur
Olivier BETHOUX	MC, Université Paris Sud	examineur
Sandrine LE BALLOIS	MC, HDR, Université de Cergy - Pontoise	examineur
Jesus DE LEON	Pr, Department of Electrical Engineering, Mexique	examineur
Jean-Pierre BARBOT	Pr, ENSEA Cergy-Pontoise	directeur de thèse
Malek GHANES	MC, HDR, ENSEA Cergy-Pontoise	co-directeur de thèse

*À mon fils **Gamaliel LII'YAHBÉ DJONDINÉ***

*À ma femme **Germaine MANIE.***

Je dedie ce travail

Remerciements

Les travaux présentés dans cette thèse sont effectués au sein du laboratoire Electronique et Commande des Systèmes (ECS - Lab) sous la direction de **Jean-Pierre Barbot** et **Malek Ghanes** professeurs à l'École Nationale Supérieure d'Électroniques et ses Applications (ENSEA) de Cergy - Pontoise . Je leur adresse mes remerciements les plus sincères pour avoir dirigé cette thèse et m'avoir permis de la réaliser dans les meilleures conditions.

Au terme de ces années de recherches, je tiens à remercier tous ceux qui, de près ou de loin, ont contribué à la réalisation de ce projet. Je tiens tout d'abord à remercier les membres du jury pour l'honneur qu'ils m'ont fait de participer à l'examen de cette thèse. Je remercie particulièrement :

- **Monsieur Alain Glumineau**, Professeur à l'École Centrale de Nantes et à **Monsieur Bruno Robert**, Professeur au CReSTIC de Reims pour l'honneur qu'ils nous font en acceptant la lourde tâche de rapporteur. Je leur remercie pour le grand intérêt qu'ils portent à notre travail et les remarques constructives dont ils nous ont fait part et qui nous aideront à une orientation pertinente de nos recherches futures.
- J'adresse également mes remerciements à **Monsieur Olivier Bethoux**, Maître de Conférence à l'Université de Paris Sud, à **Sandrine Le Ballois**, Professeur à l'Université de Cergy-Pontoise, à **Monsieur Jesus De Leon**, Professeur à U.N.A.L, Department of Electrical Engineering de Nuevo Leon MEXIQUE, pour avoir accepté d'examiner mon mémoire et de faire partie de mon jury de thèse.
- J'aimerais adresser un remerciement particulier à Samer Riachi et Véronique Grillo pour leur aide, leur gentillesse et leur soutien tout au long de ces années.
- Je remercie aussi mes camarades doctorants, Essaid Edjekouane, Rihab EL

Houda Thabet, Yassine Khaled, Jonathan Zerad, Lucien Etienne, Yethreb Messaoud..., pour leur bonne humeur, convivialité et leur entraide

- Je n’oublie pas d’associer à ces remerciements tout spécialement mes frères et sœurs Rachel Danka, Mamtoussala Velnenbé, Mariette Ziebnoné, Joseph Wouténé, Essaie Padeu, ... pour leur aide et leur tendresse au cours de ces longues années d’étude.
- Ces remerciements ne seraient pas complets si j’oubliais mes parents et beaux - parents (et mes belles sœurs) pour leur soutien inconditionnel.
- Enfin, mes remerciements les plus chaleureux vont à mon épouse pour toute l’affection dont elle m’entoure, ses encouragements tout au long de ma thèse, et pour tout le bonheur qu’elle m’apporte au quotidien, sans oublier Gamaliel, mon fils.

Table des matières

Table des figures	7
Liste des tableaux	11
Notations	13
Introduction générale	15
1 Quelques commentaires sur la théorie du chaos pour les systèmes à commutation	19
1.1 Introduction	19
1.2 Rappels sur les systèmes dynamiques à commutation	20
1.3 Les phénomènes non linéaires dans les convertisseurs de puissance à commutation	32
1.4 Conclusion	45
2 Généralités sur les convertisseurs multicellulaires et leurs charges	47
2.1 Introduction	47
2.2 Structures de conversion d'énergie multi - niveaux	50
2.3 Étude du convertisseur multicellulaire série	57
2.4 Conclusion	70
3 Étude des comportements chaotiques dans un convertisseur multicellulaire série	71
3.1 Introduction	71
3.2 Principe de base d'un convertisseur multicellulaire série	72
3.3 Étude des comportements chaotiques du convertisseur à deux cellules	73
3.4 Étude des comportements chaotiques du convertisseur à cinq cellules	95
3.5 Conclusion	108

4	Commande d'un convertisseur multicellulaire série	109
4.1	Introduction	109
4.2	Commande naturelle en boucle ouverte	110
4.3	Contrôle proportionnel des tensions condensateurs	110
4.4	Régulation non linéaire	116
4.5	Commande par mode glissant	123
4.6	Commande hybride au moyen des Réseaux de Petri	130
4.7	Conclusion	138
	Conclusion générale	139
A	Rappels sur la théorie du chaos	141
A.1	Systèmes dynamiques	141
A.2	Classifications des solutions des systèmes dynamiques	142
A.3	Stabilité des systèmes dynamiques	143
A.4	Quelques outils de la théorie du chaos	145
B	Rappels sur les réseaux de Petri	151
B.1	Définition	151
B.2	Réseaux de Petri autonomes	152
B.3	Réseaux de Petri continus	152
B.4	Réseaux de Petri hybrides	153
B.5	Réseaux de Petri dépendant du temps	154
C	<i>Les sections de Poincaré des différentes configurations du hacheur à cinq cellules lié à une charge non linéaire</i>	155
C.1	Les sections de Poincaré de la configuration $[-1\ 1\ 0\ -1\ 0]$	155
C.2	Les sections de Poincaré de la configuration $[-1\ 0\ 1\ -1\ 0]$	156
C.3	Les sections de Poincaré de la configuration $[0\ 0\ 0\ 0\ 0]$	157
C.4	Les sections de Poincaré de la configuration $[1\ -1\ 0\ 1\ 1]$	158
C.5	Les sections de Poincaré de la configuration $[0\ 1\ -1\ 0\ 0]$	159
	Bibliographie	161

Table des figures

1.1	Fonction d'hystérésis et son automate hybride associé	23
1.2	Le convertisseur boost commandé en courant	34
1.3	Régime périodique fondamental pour $I_{ref} = 0.7A$: (haut) forme d'onde temporelle de la tension v_C , (milieu) forme d'onde temporelle du courant i_L : (bas) plan de phase (v_C, i_L)	35
1.4	Cycle d'ordre 2 pour $I_{ref} = 1A$: (haut) forme d'onde temporelle de la tension v_C , (milieu) forme d'onde temporelle du courant i_L : (bas) plan de phase (v_C, i_L)	36
1.5	Cycle d'ordre 4 pour $I_{ref} = 1.3A$: (haut) forme d'onde temporelle de la tension v_C , (milieu) forme d'onde temporelle du courant i_L : (bas) plan de phase (v_C, i_L)	37
1.6	Régime chaotique pour $I_{ref} = 1.5A$: (haut) forme d'onde temporelle de la tension v_C , (milieu) forme d'onde temporelle du courant i_L , (bas) plan de phase (v_C, i_L)	38
1.7	Le convertisseur buck commandé en tension	40
1.8	Régime périodique fondamental pour $E = 30V$: (haut) forme d'onde temporelle de la tension v_C , (milieu) forme d'onde temporelle du courant i_L : (bas) plan de phase (v_C, i_L)	41
1.9	Cycle d'ordre 2 pour $E = 37.5V$: (haut) forme d'onde temporelle de la tension v_C , (milieu) forme d'onde temporelle du courant i_L : (bas) plan de phase (v_C, i_L)	42
1.10	Cycle d'ordre 4 pour $E = 41V$: (haut) forme d'onde temporelle de la tension v_C , (milieu) forme d'onde temporelle du courant i_L : (bas) plan de phase (v_C, i_L)	43
1.11	Régime chaotique pour $E = 46.5V$: (haut) forme d'onde temporelle de la tension v_C , (milieu) forme d'onde temporelle du courant i_L , (bas) plan de phase (v_C, i_L)	44
2.1	Structure d'un convertisseur N niveaux en cascade	51

2.2	Structure d'un convertisseur polygonal N niveaux	51
2.3	Bras d'onduleur à structure NPC à N niveaux	53
2.4	Convertisseur multicellulaire parallèle	54
2.5	Bras d'un convertisseur multicellulaire série à N niveaux	56
2.6	Hacheur dévolteur à p cellules associé à une charge R , L	58
2.7	L'influence de l'inductance de charge sur l'équilibrage : (a) $L = 0.5\text{mH}$; (b) $L = 0.1\text{mH}$	62
2.8	Hacheur dévolteur à 2 cellules	64
2.9	Les configurations possibles d'un hacheur dévolteur à 2 cellules	64
2.10	Onduleur monophasé multicellulaire série en pont complet	67
2.11	Structure d'un onduleur triphasé multicellulaire série	69
3.1	Bras de convertisseur multicellulaire à deux cellules de commutation	73
3.2	Graphe de la charge non linéaire	74
3.3	Hacheur à deux cellules associé à une charge non linéaire	75
3.4	Les configurations possibles d'un hacheur à deux cellules associé à une charge non linéaire	76
3.5	Portrait de phase x_3 en fonction de x_2	84
3.6	La section de Poincaré du plan x_2 en fonction x_1	86
3.7	Application du premier retour	87
3.8	Diagramme de bifurcation	88
3.9	Le spectre de puissance de x_1	89
3.10	Portrait de phase : $f_s = 50\text{kHz}$	91
3.11	Portrait de phase : $f_s = 500\text{Hz}$	91
3.12	Portrait de phase : $f_s = 250\text{Hz}$	92
3.13	Portrait de phase : $f_s = 50\text{Hz}$	92
3.14	Portrait de phase : $f_s = 25\text{Hz}$	93
3.15	Portrait de phase : $f_s = 20\text{Hz}$	93
3.16	Portrait de phase : $f_s = 10\text{Hz}$	94
3.17	Portrait de phase : $f_s = 1\text{Hz}$	94
3.18	Convertisseur à cinq cellules associé à une charge non linéaire	96
3.19	Les portraits de phase	97
3.20	Les sections de Poincaré ; (a) : section x_2 en fonction de x_1 , (b) : zoom de la section $x_2 - x_1$; (c) : section x_3 en fonction de x_1 , (d) : zoom de la section $x_3 - x_1$; (e) : section x_4 en fonction de x_1 , (f) : zoom de la section $x_4 - x_1$	99

3.21	Différentes configurations du hacheur à cinq cellules associé à une charge non linéaire	101
3.22	Configuration $[-1 \ 1 \ 0 \ -1 \ 0]$: Les sections de Poincaré	102
3.23	Les portraits de phases des différentes configurations	103
3.24	Les portraits de phases des différentes configurations (suite et fin) . .	104
3.25	Les applications du premier retour	106
3.26	Les représentations spectrales	107
4.1	Principe de régulation par modulation des rapports cycliques	111
4.2	Structure de la loi de commande modulant les rapports cycliques . . .	112
4.3	Loi de commande modulant les rapports cycliques appliqué au convertisseur multicellulaire série à deux cellules	114
4.4	Régulation par modulation des rapports cycliques : $f_s = 20Hz$	114
4.5	Régulation par modulation des rapports cycliques : $f_s = 500Hz$. . .	115
4.6	Evolution du rapport cyclique	115
4.7	Régulation par modulation des rapports cycliques : $f_s = 5kHz$	116
4.8	Représentation du découplage par linéarisation exacte	120
4.9	Boucle de régulation avec correcteur proportionnel	121
4.10	Commande découplante : $f_s = 20Hz$	122
4.11	Commande découplante : $f_s = 500Hz$	122
4.12	Commande découplante : $f_s = 5kHz$	123
4.13	Représentation de la fonction <i>sign</i>	127
4.14	Modes de fonctionnement	127
4.15	Commande par mode glissant : $f_s = 20Hz$	129
4.16	Commande par mode glissant : $f_s = 500Hz$	129
4.17	Commande par mode glissant : $f_s = 16kHz$	130
4.18	Commande hybride du hacheur à deux cellules lié à une charge non linéaire	132
4.19	RdP de commande des interrupteurs du convertisseur à deux cellules	133
4.20	Commande MLI	134
4.21	Commande hybride basée sur le RdP : $f_s = 500Hz$	135
4.22	Schéma de contrôle de RdP pour la tension condensateur et le courant de charge	137
4.23	Commande par RdP : Formes temporelles	138
4.24	Commande par RdP : Portrait de phase	138
A.1	Evolution dans le temps pour deux conditions initiales très voisines .	146
A.2	Diagramme de bifurcation du convertisseur boost	149

A.3	Spectre de Fourier d'un signal chaotique (circuit de Colpitts).	149
B.1	Réseaux de Petri et son espace de marquage	152
B.2	Réseaux de Petri Continu et son espace de marquage	153
B.3	Réseaux de Petri Hybride et son espace de marquage	153
B.4	Franchissement des transitions dans un réseau de Petri temporisé	154
C.1	Sections de Poincaré de la configuration $[-1\ 1\ 0\ -1\ 0]$	155
C.2	Sections de Poincaré de la configuration $[-1\ 0\ 1\ -1\ 0]$	156
C.3	Sections de Poincaré de la configuration $[0\ 0\ 0\ 0\ 0]$	157
C.4	Sections de Poincaré de la configuration $[1\ -1\ 0\ 1\ 1]$	158
C.5	Sections de Poincaré de la configuration $[0\ 1\ -1\ 0\ 0]$	159

Liste des tableaux

2.1	Récapitulatif des différentes structures de conversion d'énergie multi - niveaux	57
3.1	Récapitulatif des différents points d'équilibre et leurs stabilité	83
3.2	Les exposants de Lyapunov du hacheur à deux cellules	90
4.1	Signification des places	133
4.2	Les transitions	133
A.1	Signes possibles des exposants de Lyapunov pour un système du 4 ^{ème} ordre	147
A.2	Résumé des différents cas rencontrés	148

Notations

Symboles et Notations

σ	la loi de commutation
$A_{\sigma(t)}$	matrice dynamique du système
\mathcal{I}	ensemble d'indices
$x(t)$	état du système
x^T	transposée du vecteur $x \in \mathbb{R}^2$
$u(t)$	la commande
$f(t)$	champs de vecteurs
δ	Impulsion de Dirac
$\phi(t, x_0, q_0)$	trajectoire généralisée de SDC
\mathcal{Q}	ensemble des états discrets (ou modes)
\mathcal{B}^n	boule ouverte unité centrée à l'origine
$\epsilon \mathcal{B}^n$	boule ouverte centrée à l'origine de rayon ϵ
\mathcal{X}	domaine d'évolution des états continus (ou espace continu)
x_e	point d'équilibre
ϑ	cycle limite
U_ϵ	voisinage d'une orbite
x_d	point fixe désiré
S_c	Signal de commande de l'interrupteur
\mathbb{R}^+	ensemble des nombres réels positifs
\mathbb{R}^n	espace euclidien de dimension n

Abréviation et acronyme

SDC	Systèmes Dynamiques à Commutation
SDC-C	Systèmes Dynamiques à Commutation Commandés
SDH	Systèmes Dynamiques Hybrides
AS	Asymptotiquement Stable
UA	Uniformément Attractif
CA	Conditionnellement Attractif
CS	Conditionnellement Stable
UAS	Uniformément Asymptotiquement Stable
CAS	Conditionnellement Asymptotiquement Stable
UES	Uniformément Exponentiellement Stable
CES	Conditionnellement Exponentiellement Stable
GAS	Globalement Asymptotiquement Stable
GES	Globalement Exponentiellement Stable
T	Période
LMI	Linear Matrix Inequality
MLI	Modulation de Largeur Impulsion
FC	Flying Capacitor
NPC	Neutral Point Clamped
CMP	Convertisseur Multicellulaire Parallèle
CMS	Convertisseur Multicellulaire Série
D	Diode
S	Système
R	Résistance
C	Capacité
E	Tension d'alimentation
RdP	Réseaux de Petri
RdPC	Réseaux de Petri Continus
RdPH	Réseaux de Petri Hybrides
RdPT	Réseaux de Petri Temporisés
PI	Proportionnel Intégral
PID	Proportionnel Intégral Dérivé

Introduction générale

Les dernières décennies ont été marquées par des avancées technologiques sans précédent dans le domaine de l'électronique de puissance. Ces progrès technologiques sont de quatre ordres :

- d'une part, les interrupteurs de puissance employés dans les structures de convertisseurs sont capables de commuter de plus en plus rapidement, et de tenir des tensions à l'état bloqué et des courants à l'état passant de plus en plus élevés,
- d'autre part, de nouvelles structures de convertisseurs sont apparues. Certaines d'entre elles favorisent des fréquences de commutation élevées, d'autres sont plutôt destinées à transférer des niveaux des puissances importantes (structures multi - niveaux, multicellulaires, et multicellulaires étagées, ...),
- de plus, parallèlement à l'émergence de ces nouvelles structures, de nouvelles stratégies de commande qui leur sont associées ont été mises au point.
- enfin, le développement de l'informatique industriel a permis de commander, de surveiller des systèmes de plus en plus complexes et rapides.

Les convertisseurs de puissance visent à contrôler la puissance électrique transitant entre la source et la charge ainsi qu'à adapter l'énergie électrique de cette source à la charge. Les applications sont nombreuses et variées. En réalité, les convertisseurs statiques ne peuvent fournir qu'une tension (ou un courant) découpé(e), car « l'électronique de puissance ne peut être qu'une électronique de commutation » [141] forcée ou naturelle. Pour réduire les effets indésirables du découpage de la tension de sortie, et tendre ainsi un peu plus vers le "convertisseur idéal", il existe trois moyens d'action :

- on peut augmenter le nombre de niveaux disponibles en sortie du convertisseur statique,
- on peut également augmenter la fréquence de découpage de la tension de sortie, de manière à repousser plus loin les harmoniques de découpage, et à en faciliter le filtrage. Cela n'est possible que si les interrupteurs statiques ne commutent pas déjà à leur fréquence maximale admissible,

- enfin, on peut chercher à optimiser la stratégie de commande, de manière à assurer une poursuite du signal de référence la meilleure possible. Par exemple la commande par MLI (MLI centrée) est parfois optimisée du point de vue harmonique.

Des effets indésirables appelés "effets ou comportements chaotiques" ont été confirmés par différents groupes de recherches dans une variété de disciplines telles que la physique [147], l'ingénierie [147], la chimie [147], [151], la biologie [147], [148], l'économie [149], [150], etc Toutefois, ce sont les circuits électriques et surtout électroniques basses fréquences (< 1 MHz) qui vont jouer un rôle important dans leur compréhension. Ces effets ont été constatés pour la première fois par Van der Pol en 1927 [138]. Et c'est en 1983, que Chua et Matsumoto ont synthétisé le premier circuit électronique, autonome et chaotique, l'oscillateur double spirale, connu maintenant sous la dénomination "circuit de Chua" [139], et qui est étudié comme un circuit électronique chaotique de référence [140].

Objectifs de la thèse :

Les travaux de recherches présentés dans ce mémoire constituent une suite des travaux entamés au sein du laboratoire Electronique et Commande des Systèmes (ECS - Lab) sur les convertisseurs multicellulaires et portent principalement sur deux objectifs. Premièrement, une modélisation de la charge non linéaire pouvant provoquer les effets chaotiques. Celle-ci doit être dans certaines régions de son domaine de fonctionnement dissipative et dans d'autres régions active (au sens source d'énergie). Cette charge est connectée à un hacheur deux cellules puis à un hacheur cinq cellules en vue d'étudier les comportements chaotiques générés sur ces derniers. Deuxièmement, une modélisation hybride à l'aide des réseaux de Petri du convertisseur multicellulaire série et des interrupteurs a été conçue afin d'améliorer la poursuite du signal de référence et contourner les difficultés dues à des comportements chaotiques.

Organisation du mémoire

Ce mémoire est organisé en quatre chapitres :

Chapitre 1 :

Le premier chapitre commence par une étude bibliographique sur les définitions, les méthodes de modélisation et l'existence des solutions pour les systèmes dynamiques à commutations. Ensuite, nous présentons différents critères de stabilité rencontrés dans le domaine des systèmes à commutations. Enfin, nous donnons deux exemples de systèmes dynamiques à commutations dans le domaine de l'électronique de puissance : les convertisseurs boost et buck. Les résultats de simulations, effectuées sous Matlab, montre que la transition vers le chaos se fait à partir de la cascade de doublements de périodes perturbée par la bifurcation border collision. Ces résultats montrent pour le convertisseur boost (respectivement buck) contrôlé en mode courant (respectivement en mode tension) que, la variation du courant de référence (respectivement de la tension d'entrée) peut entraîner la génération de réponse périodique, subharmonique ou chaotique.

Chapitre 2 :

Le deuxième chapitre rappelle brièvement quelques structures de convertisseurs multi - niveaux, l'évolution technologique de ces derniers, leur principe de fonctionnement, les différents modèles de convertisseurs multicellulaires, leurs avantages et inconvénients. Ceci nous permettra d'appréhender plus facilement l'origine des comportements complexes que nous aborderons au chapitre suivant.

Chapitre 3 :

Ce chapitre est consacré à la modélisation et l'analyse du comportement chaotique d'un convertisseur multicellulaire à deux cellules associée à une charge non linéaire non strictement dissipative à partir des propriétés dynamiques de base. Les routes vers le chaos sont présentées. Une généralisation faite sur un hacheur à cinq cellules montre la complexité du système. A partir de la section de Poincaré, nous avons constaté que le nombre d'ellipses était fonction des combinaisons possibles entre le condensateur flottant et la tension d'alimentation. La dynamique des différentes configurations de commutation prises indépendamment a montré également que ce sont les commutations (dans le cas d'une charge non purement dissipative) qui sont à l'origine des comportements chaotiques du convertisseur.

Chapitre 4 :

Le dernier chapitre traite de la régulation des tensions et du courant de charge. Ce chapitre passe en revue quelques commandes du convertisseur multicellulaire série et propose une nouvelle commande des interrupteurs à l'aide des réseaux de Petri. Le régulateur proposé est constitué de deux parties. La première partie est un contrôleur proportionnel intégral (PI), la deuxième est une boucle de régulation dont l'algorithme est synthétisé à l'aide d'une modélisation par RdP. La première boucle assure la régulation du courant de charge par rapport à une valeur de référence tandis que la deuxième synthétisée à base d'un RdP assure la régulation de la tension du ou des condensateurs flottants. L'utilisation de cette commande à un hacheur à deux et à cinq cellules lié à une charge non linéaire non strictement dissipative, nous a permis d'imposer des dynamiques plus rapides sur les tensions des condensateurs par rapport aux autres commandes. Les résultats de simulation ont montré que la commande hybride par RdP amène les tensions et le courant de charge vers un voisinage de leur valeur de fonctionnement nominal en un temps de réponse très court et nous permet de supprimer le comportement chaotique.

Les travaux réalisés dans cette thèse ont fait l'objet d'une publication et deux conférences :

- **Revues internationales avec comité de lecture**

- Philippe Djondiné, Malek Ghanes, Jean-Pierre Barbot and Bernard Essimbi, *Dynamical Behaviors of Multicellular Chopper*, Journal of Control Science and Engineering, Vol. 2, pp. 35 - 42, 2014

- **Congrès internationaux**

- P. Djondiné, R. He, M. Ghanes, and J-P. Barbot, *Chaotic behavior study for serial multicellular chopper connected to nonlinear load*, in 3rd International Conference on Systems and Control (ICSC), Alger, Algérie, 29 - 31 October, pp. 129 - 133, 2013

- Philippe Djondiné, Jean-Pierre Barbot, and Malek Ghanes, *Nonlinear phenomena study in serial multicell chopper*, in 4th IFAC Conference on Analysis and Control of Chaotic Systems, Tokyo, Japan, 2015

Chapitre 1

Quelques commentaires sur la théorie du chaos pour les systèmes à commutation

1.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous allons nous concentrer sur le comportement non linéaire des circuits à commutation [16], [2]. Ce chapitre a pour principal objectif de fournir les moyens d'appréhender et de reconnaître un comportement chaotique, qualitativement et quantitativement [14], [15] pour les systèmes à commutation. Nous allons poser les bases afin de comprendre les différents scénarios pouvant amener un système dynamique non linéaire à commutation ne présentant initialement pas de comportement chaotique vers un comportement chaotique. Ceci est due à l'influence d'un ou de plusieurs paramètres [1], [3], [4], [5] du système. Nous avons choisi de mettre en annexe les éléments de la théorie du chaos pour les systèmes lisses [22], pour nous attacher ici aux particularités de cette théorie dues aux commutations. Nous allons aussi pour rester dans le cadre de l'électronique de puissance choisir d'illustrer nos propos par l'étude des comportements chaotiques dans les convertisseurs buck et boost [8], [23], [21].

1.2 Rappels sur les systèmes dynamiques à commutation

Dans cette section, nous allons présenter les notions fondamentales liées aux systèmes dynamiques à commutation. Tout d'abord, la définition d'un système dynamique à commutation sera donnée. Ensuite les différents types de systèmes dynamiques à commutation seront présentés. Pour finir la stabilité des systèmes dynamiques à commutation sera discutée.

1.2.1 Définition

Les systèmes dynamiques à commutation représentent une classe de systèmes dynamiques hybrides [24], [25] dont l'évolution est à la fois continue (dynamique différentielle) et événementielle (commutations). Les commutations provoquent des changements abrupts de modes de fonctionnement et peuvent dépendre de l'état et/ou des entrées du système, de la structure du système ou encore, ces changements peuvent être aléatoires.

Un système dynamique à commutation est composé d'une famille de sous - systèmes à dynamique continue (de type équation différentielle ou équation récurrente) et une loi logique qui indique un sous - système actif. Un système dynamique à commutation est défini par [27] :

$$\dot{x}(t) = f_{\sigma(t)}(t, x(t), u(t)) \quad (1.1)$$

avec :

- $\sigma : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathcal{I} = 1, 2, \dots, N$ une fonction constante par morceaux, nommée signal de commutation,
- \mathcal{I} un ensemble d'indices,
- $x(t) \in \mathbb{R}^n$ l'état du système,
- $u(t) \in \mathbb{R}^m$ la commande,
- $f_i(., ., .), \forall i \in \mathcal{I}$ des champs de vecteurs décrivant les différents régimes de fonctionnement du système. Dans toute la suite de l'étude nous supposons que le problème de Cauchy abouti à l'existence et l'unité de la solution. Pour les équations de type inclusion différentielle (Mode glissant) les solutions seront prises au sens de Filipov [55]

De façon similaire, un système à commutation en temps discret est défini par :

$$\dot{x}(k) = f_{\sigma(k)}(k, x(k), u(k)) \quad (1.2)$$

avec $\sigma : \mathbb{Z}^+ \rightarrow \mathcal{I}$

La fonction de commutation $\sigma(t) \in \mathcal{I}$ (ou $\sigma(k)$ pour les systèmes en temps discret) spécifie le régime (sous - système) actif. Seul un sous - système est actif à un instant donné. Le choix du sous - système actif peut être lié à un critère temporel, à des régions ou surfaces déterminées dans l'espace d'état, ou à un paramètre extérieur. Les modèles (1.1) et (1.2) sont très généraux. Cependant, ils peuvent être affinés moyennant certaines hypothèses. Une taxonomie des systèmes à commutation peut être définie par rapport à la loi de commutation σ . Dans ce contexte, on peut identifier un aspect contrôlé (quand la loi de commutation représente une commande externe) et, par opposition, un aspect autonome (la commutation est provoquée par le franchissement d'une frontière imposée dans l'espace d'état c'est - à - dire que le système génère lui même ses commutations.).

Par exemple, si $u(t)$ n'est pas présent, alors le modèle (1.1) avec les commutations autonomes désigne un système autonome. Si les champs de vecteurs des sous - systèmes prennent la forme

$$A_i x(t), \forall i \in \mathcal{I},$$

alors on obtient un système à commutation linéaire

$$\dot{x}(t) = A_{\sigma(t)} x(t) \tag{1.3}$$

Des synthèses des différentes autres classes de systèmes à commutation et des problématiques qui leur sont associées sont données dans [27], [30], [31], [32], [33], [25], [27], [34], [35], [36].

Exemple d'un système dynamique à commutation

Soit un véhicule motorisé en déplacement sur un axe (voir [37], [38], [39] pour cet exemple). Le conducteur agit sur ce véhicule de deux façons différentes. D'abord, via la pédale d'accélération, il contrôle l'alimentation en carburant représentée par la variable $u(t) \in [0, u_{max}]$, ensuite avec la boîte de vitesses, il change le rapport actif de la vitesse. Pour simplifier encore le modèle du véhicule, on suppose que la boîte de vitesses a seulement deux rapports actifs que l'on note $q(t) \in \{1, 2\}$ et que le conducteur peut passer ces rapports de vitesse librement (ceci reste une hypothèse théorique bien sûr). On note x_1 la position du véhicule et x_2 sa vitesse. Le système est alors décrit par les équations :

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= f(x, q, u) \end{aligned}$$

De cet exemple, on peut dire qu'un système dynamique à commutation ou "switched system" en anglais (voir par exemple [40], [41]) est un système hybride particulier dans lequel la variable discrète q n'est pas vue comme une variable d'état mais comme une variable de commande d'évolution libre (c'est - à - dire qu'il n'y a pas ici de contraintes de garde).

1.2.2 Principales classes de systèmes dynamiques à commutation

Dans la littérature ([42], [43], [29], [44], ...) une classification assez générale des systèmes dynamiques à commutation en fonction des phénomènes discrets est donnée par :

- 1) Les systèmes dynamiques à commutation autonomes ;
- 2) Les systèmes dynamiques à commutation contrôlés.

Dans ce qui suit, nous admettons les hypothèses suivantes :

- seuls les systèmes à commutation sans sauts sont considérés ;
- la trajectoire des modes discrets est disponible ;
- il n'y a pas de Phénomène Zénon [152].

1.2.2.1. Systèmes dynamiques à commutations autonomes

Une commutation autonome est caractérisée par un changement discontinu du champ de vecteur $f(t)$ quand l'état atteint certains seuils [29] c'est - à - dire les commutations ne sont fonctions que de l'état du système. Ce phénomène peut être illustré par l'exemple d'un système régi par l'équation suivante :

$$\dot{x} = -H(x) + u$$

avec, $H(x)$ la fonction d'hystérésis présentée par la figure 1.1. Quand la valeur de x atteint le seuil $-h/2$ ou $+h/2$, le champ de vecteur est commuté de façon discontinu.

Pour la modélisation de ce système, il faut prendre en compte son passé (effet mémoire de l'hystérésis définie par sa largeur h). Pour cela, il ne peut pas être modélisé par une équation différentielle avec un second membre discontinu mais par un automate hybride à deux états décrit par la figure 1.1 (droite). Ici il y'a apparition d'un état discret q au sens que q est régi par l'équation :

$$\begin{aligned} q &= a, & \text{tant que } x &> -\frac{h}{2} & \text{et } x &\geq \frac{h}{2} \\ q &= -a, & \text{tant que } x &< \frac{h}{2} & \text{et } x &< -\frac{h}{2} \end{aligned}$$

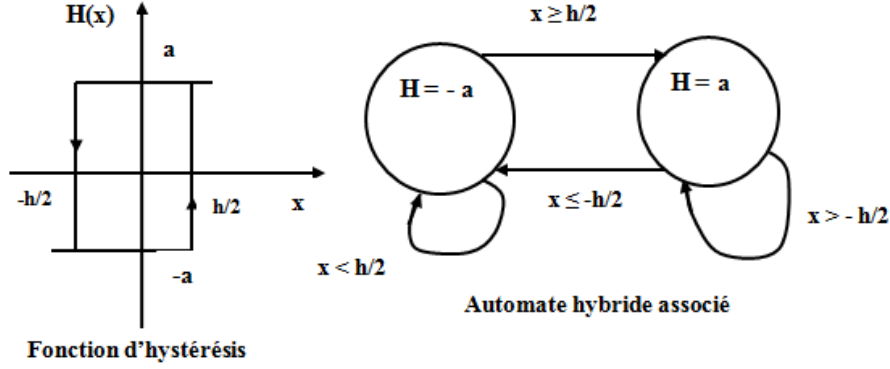


FIGURE 1.1 – Fonction d'hystérésis et son automate hybride associé

1.2.2.2. Systèmes dynamiques à commutation contrôlées

Dans ce cas, le champ de vecteur $f(x, t)$ commute en réponse à une loi de commande. Un exemple d'un tel phénomène (véhicule motorisé) peut être donné par un modèle simplifié d'une transmission manuelle [29] :

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= \frac{-a(x_2/v)+u}{1+v}\end{aligned}$$

où, x_1 est la vitesse relative par rapport à un point fixe, x_2 la vitesse de rotation de l'engin, $u \in \{0, 1\}$ la position d'accélérateur, a un paramètre du système et $v \in \{1, 2\}$ la position du levier de vitesse. Ici il faut distinguer deux types de commande : la commande discrète v et la commande continue u .

Remarque 1.1 : On rappelle que dans la théorie des systèmes différentiels (ou systèmes dynamiques continus), les attributs "autonome" ou "non autonome" et "commandé" ou "non contrôlé" ont les significations suivantes : Soit un système avec une variable d'état x , on dit que $\dot{x} = f(x)$ est un système autonome et le système $\dot{x} = f(x, \chi)$ avec χ une variable externe (par exemple le temps) est non autonome et $\dot{x} = f(x, u)$ est un système commandé de commande u .

Remarque 1.2 : En réalité, les commutations ne sont pas rigoureusement instantanées. Mais le fait que leurs durées sont très inférieures aux durées physiques d'évolution du système (constantes de temps), elles sont considérées comme telles dans l'approche hybride [28]. Par exemple, dans le cas d'un moteur électrique entraînant une charge, les temps de commutation de l'électronique de puissance (quelques microsecondes) sont très inférieurs aux constantes de temps électriques (quelques

millisecondes), mécaniques (quelques secondes), ou thermiques (quelques minutes) du moteur lui même.

1.2.3 Stabilité des systèmes dynamiques à commutation

Pour un système donné, il est intéressant d'étudier sa stabilité pour connaître son comportement et ses performances après un temps suffisamment grand. Dans la littérature, par exemple dans [27], [45] et [32] nous trouverons principalement trois façons d'étudier la stabilité des Systèmes Dynamiques à Commutation (SDC). Citons - les, par degré de complexité croissant :

- 1 - La séquence de commutation est inconnue à priori, on s'intéresse alors à la stabilité sous commutation arbitraire [46], [27].
- 2 - Vérifier que le système est stable pour une séquence de commutation donnée [47], [49], [48].
- 3 - Etudier l'existence puis la conception d'un signal de commutation qui garantit la stabilité du système [32], [51], [50].

Si, pour une commutation arbitraire, le système commuté est Asymptotiquement Stable (A.S), alors il n'y aura pas de problème de conception de la commande (voir chapitre 2.1 dans [27]). Sinon il faut chercher les contraintes de commutation qui rendent le système à commutation stable. Ces contraintes peuvent conduire à des événements d'état ou des événements fonction du temps. Le respect de ces contraintes permet d'obtenir une loi de commande qui stabilise le système. Donc, la stabilité ou l'instabilité individuelle des sous - systèmes ne suffit pas pour conclure sur la stabilité du système dynamique à commutation associé.

En appliquant les critères de Molchanov et Pyatnitskiy [52] dans le contexte des systèmes à commutation, on observe qu'il est nécessaire et suffisant d'avoir une fonction de Lyapunov quasi-quadratique $V(x) = x^T P(x)x$, dont la matrice de Lyapunov varie en fonction de l'état. La première approche pour déterminer des fonctions de Lyapunov multiples a été d'approximer les surfaces de niveaux de la fonction de Lyapunov quasi-quadratique par une fonction linéaire par morceaux [52], [53]. Donc des contraintes supplémentaires sur les commutations du système devront être respectées, dans le cas de Lyapunov multiples [43].

Remarque 1.3 : Dans [57], on démontre analytiquement que l'on peut avoir des systèmes commutés qui sont stables et pour lesquels il n'existe pas de fonction de Lyapunov quadratique commune. Ce résultat a amené la communauté scientifique à chercher d'autres types de fonctions de Lyapunov connues sous le nom de "fonctions de Lyapunov multiples" de la forme $V(x) = x^T P(\sigma, x)x$ dont la matrice de Lyapunov peut dépendre du vecteur d'état et/ou de la loi de commutation.

1.2.3.1. Définitions de stabilité d'un SDC

Ce paragraphe rappelle quelques définitions sur la stabilité à l'origine des SDC (1.3) [32], [47].

Définition 1.1 Le système à commutation (1.3) est dit instable s'il admet une trajectoire qui tend vers l'infini.

Définition 1.2 (*Stabilité Uniforme et Conditionnelle par rapport à σ*)

Un SDC est dit :

- Uniformément Stable (U.S) à l'origine par rapport à σ , si :
 $\forall \epsilon > 0, \exists \delta(\epsilon) > 0$ tel que : $\forall x_0 \in \mathcal{X} : x_0 \in \delta(\epsilon)\mathcal{B}^n \implies \phi(t, x_0, q_0) \in \epsilon\mathcal{B}^n, \forall t \geq 0, \forall \sigma(t).$
- Conditionnellement Stable (C.S) à l'origine par rapport à σ , si :
 $\forall \epsilon > 0, \exists \delta(\epsilon, \sigma(t)) > 0$ tel que : $\forall x_0 \in \mathcal{X} : x_0 \in \delta(\epsilon, \sigma(t))\mathcal{B}^n \implies \phi|_{\sigma(t)}(t, x_0) \in \epsilon\mathcal{B}^n, \forall t \geq 0.$

avec :

- $\phi(t, x_0, q_0)$ la trajectoire généralisée du SDC ;
- $\phi|_{\sigma(t)}(t, x_0)$ la trajectoire continue du SDC connaissant son signal de commutation hybride $\sigma(t)$;
- \mathcal{B}^n est la boule ouverte unité centrée à l'origine ($\mathcal{B}^n = \{x \in \mathbb{R}^n : \|x\| < 1\}$) ;
- $\epsilon\mathcal{B}^n$ est la boule ouverte centrée à l'origine de rayon ϵ ;
- δ l'impulsion de Dirac ;
- \mathcal{X} l'espace des états continus.

Ainsi la stabilité uniforme d'un SDC par rapport au signal de commande σ est traduite par la stabilité de sa solution généralisée hybride. Par contre, la stabilité conditionnelle est traduite par la stabilité de la solution hybride du SDC-C (systèmes dynamiques à commutation commandés) après une exécution suivant le signal de commutation σ donné. Autrement dit, la stabilité uniforme d'un SDC est traduite par la stabilité du SDC sous commutation arbitraire et la stabilité conditionnelle

traduit la stabilité sous contrainte d'un SDC.

Définition 1.3 (*Attractivité Uniforme et Conditionnelle par rapport à σ*)

Un SDC est dit :

- Uniformément Attractif (U.A) à l'origine par rapport à σ , si :
 $\exists \delta > 0$ tel que : $\forall x_0 \in \mathcal{X} : x_0 \in \delta \mathcal{B}^n \implies \lim_{t \rightarrow \infty} \|\phi(t, x_0, q_0)\| = 0, \forall t \geq 0, \forall \sigma(t)$.
- Conditionnellement Attractif (C.A) à l'origine par rapport à σ , si :
 $\exists \delta(\sigma) > 0$, tel que : $\forall x_0 \in \mathcal{X} : x_0 \in \delta(\sigma) \mathcal{B}^n \implies \lim_{t \rightarrow \infty} \|\phi|_{\sigma(t)}(t, x_0)\| = 0$.

L'attractivité uniforme par rapport à σ traduit qu'en s'écartant légèrement du point d'équilibre, la solution généralisée hybride ϕ pour n'importe quelle exécution hybride du système, revient sur ce point après un certain temps (même infini). Par contre l'attractivité conditionnelle traduit qu'en s'écartant légèrement du point d'équilibre, la solution hybride du SDC - C après une exécution suivant un signal de commutation σ donné, revient sur ce point après un certain temps (même infini).

Il est important de rappeler qu'un point d'équilibre peut être attractif sans être stable (il suffit qu'il existe $\delta > 0$ tel que $\phi(t, x_0, q_0)$ diverge, c'est - à - dire $\lim_{t \rightarrow \infty} \|\phi(t, x_0, q_0)\| = \infty$) et vice versa (par exemple les oscillateurs).

De même que la stabilité, l'attractivité uniforme d'un SDC est traduite par une attractivité sous commutation arbitraire, et l'attractivité conditionnelle est traduite par l'attractivité sous contrainte du SDC.

Définition 1.4 (*Stabilité Asymptotique Uniforme et Asymptotique Conditionnelle par rapport à σ*)

L'origine d'un SDC est Uniformément Asymptotiquement Stable (U.A.S), (resp. Conditionnellement, C.A.S) si elle est U.S et U.A (respectivement C.S et C.A).

Le concept de stabilité exponentielle contient une information supplémentaire qui est la rapidité de convergence vers l'origine.

Définition 1.5 (*Stabilité Exponentielle Uniforme et Exponentielle Conditionnelle par rapport à σ*)

L'origine d'un SDC est dite :

- Uniformément Exponentiellement Stable (U.E.S) si :
 $\exists \delta > 0, \exists \alpha > 0$ et $\exists \beta \geq 1$ tels que $\forall x_0 \in \mathcal{X} : x_0 \in \delta \mathcal{B}^n \implies \phi(t, x_0, q_0) \in \beta \exp(-\alpha t) \mathcal{B}^n \|x_0\|, \forall t \geq 0, \forall \sigma(t)$.
- Conditionnellement Exponentiellement Stable (C.E.S) si :
 $\exists \delta(\sigma(t)) > 0, \alpha(\sigma(t)) > 0$ et $\beta(\sigma(t)) \geq 1$ tels que : $\forall x_0 \in \mathcal{X} : x_0 \in \delta(\sigma(t)) \mathcal{B}^n \implies \phi|_{\sigma(t)}(t, x_0) \in \beta \exp(-\alpha t) \mathcal{B}^n \|x_0\|, \forall t \geq 0$.

α est appelé le taux (ou rapidité) de convergence exponentielle : il est dit uniforme ou non selon le type de stabilité exponentielle considérée.

1.2.3.2. Comportement périodique et stationnaire

D'une façon générale, pour un système donné, quand le temps tend vers l'infini la solution en temps continu $x(t)$ peut atteindre un point stationnaire. Pour les systèmes commandés, ce point stationnaire est typiquement le point fixe désiré x_d ou l'état stable de fonctionnement. Le système peut aussi atteindre un comportement périodique qui définit les conditions de fonctionnement du système dans son état permanent. Ces caractéristiques en régime permanent se retrouvent aussi dans les SDC.

1.2.3.2.1 Point d'équilibre

Dans chaque sous - système dynamique continu stable du SDC il existe un point d'équilibre. On parle donc de point d'équilibre d'un mode. Le point x_e est un point d'équilibre du mode q s'il vérifie $f_q(x_e) = 0$. Il peut être isolé (quand il n'a pas d'autres points d'équilibre autour) ou une partie d'un ensemble de points d'équilibre. Les points d'équilibre peuvent être stables, instables, ou asymptotiquement stables.

Définition 1.6 L'état $x_e \in \mathcal{X}$ est un point d'équilibre pour le système à commutation (1.3) si et seulement si

$$\forall t \in \mathbb{R}^+, x(t, x_e, \sigma) = x_e, \quad \forall \sigma.$$

Définition 1.7 : [58], [59] Un point d'équilibre x_e d'un sous - système du SDC (1.3) est :

- Stable si, $\forall \epsilon > 0$, il existe $\delta > 0$ tel que
$$\|x(0) - x_e\| < \delta \implies \|x(t) - x_e\| < \epsilon, \quad \forall t \geq 0.$$
- Instable s'il n'est pas stable.
- Asymptotiquement stable s'il est stable et δ peut être choisi tel que :
$$\|x(0) - x_e\| < \delta \implies \lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = x_e.$$
- Globalement Asymptotiquement Stable (G.A.S.) s'il est stable et, que, pour tout point initial $x(0)$, $\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = x_e$.

1.2.3.2.2 Cycle limite

Un cycle limite est un cas particulier d'une orbite périodique dans laquelle la trajectoire est en même temps fermée et isolée (indiquant la nature d'attractivité ou de répulsion des trajectoires passant non loin du cycle). Ainsi, même s'il existe plusieurs trajectoires fermées dans l'espace d'état, seules celles qui sont isolées sont des cycles limites.

Concernant les systèmes linéaires, ils peuvent avoir plusieurs trajectoires fermées, mais elles ne sont jamais isolées. Les cycles limites ne concernent donc que les systèmes non linéaires donc les systèmes hybrides et ce qui est notre sujet principal d'étude : les systèmes à commutation.

Comme les points d'équilibre, les cycles limites peuvent être stable, instables ou asymptotiquement stables.

Considérons la solution généralisée d'un SDC passant par x_0 à l'instant t_0 . Le phénomène périodique aura lieu quand :

$$\phi(t + T) = \phi(t), \quad t > t_0, \quad T > 0.$$

L'image de cette solution dans l'espace d'état est une orbite fermée représentant un cycle limite ϑ défini par :

$$\vartheta = \{x \in \mathbb{R}^n | x(t) = \phi(t), \quad 0 \leq t < T\}.$$

Pour donner les définitions sur la stabilité du cycle ϑ , on a besoin d'introduire le concept de voisinage d'une orbite U_ϵ , pour cela on définit :

$$U_\epsilon = \{x \in \mathbb{R}^n | \text{dist}(x, \vartheta) < \epsilon\}$$

avec $\text{dist}(x, \vartheta)$ la distance minimum entre le point x et le point de ϑ le plus proche, tel que,

$$\text{dist}(x, \vartheta) = \inf_{y \in \vartheta} \|x - y\|.$$

Maintenant la stabilité du cycle limite peut être définie :

Définition 1.8 : Un cycle limite ϑ est dit :

- Stable ou attractif, si pour tout $\epsilon > 0$, il existe $\delta > 0$ tel que :

$$x_0 \in U_\delta \implies x(t) \in U_\epsilon, \quad \forall t \geq 0$$

- Instable, s'il n'est pas stable
- Asymptotiquement Stable $\forall t$, s'il est stable et que δ peut être choisi tel que :

$$x_0 \in U_\delta \implies \lim_{t \rightarrow \infty} \text{dist}(x(t), \vartheta) = 0$$

- Globalement Asymptotiquement Stable, s'il est stable et que pour tout $x(0)$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \text{dist}(x(t), \vartheta) = 0, \quad \forall x(0) \in \mathbb{R}^n$$

Cette définition est réduite à la définition 1.7 si ϑ représente juste un point d'équilibre. Une solution périodique d'un SDC forme donc un cycle limite de commutation et une région de fonctionnement (orbite fermée) autour du point désiré x_d . Ces cycles peuvent être, par exemple, les résultats d'une commande qui utilise la commutation pour atteindre un point désiré. Un exemple connu qui illustre bien ce cas est la commande d'une chaudière par mesure thermostatique avec hystérésis.

2.1.2.3.3. Méthode de stabilité de Lyapunov appliquée au SDC

En plus des difficultés rencontrées dans l'analyse de stabilité des systèmes continus, qui parfois reste très compliquée, les systèmes à commutation imposent des conditions supplémentaires pour conclure sur leur stabilité. Cela vient de l'influence des changements brusques de dynamique et de l'influence des dynamiques discrètes sur les dynamiques continues et vice versa. Ces conditions supplémentaires à vérifier et à prendre en considération pour les SDC augmentent, d'un côté, la complexité du problème de stabilité, et de l'autre, l'intérêt de l'étude de la stabilité de ces systèmes. Ainsi, dans la littérature, il existe plusieurs exemples qui prouvent qu'en général nous ne pouvons pas conclure sur la stabilité du SDC en étudiant séparément les composantes continues.

Théorème 1.1 [26] (*Théorème de stabilité de Lyapunov pour les SDC*)

Soit $x_e = 0$ (l'origine) un point d'équilibre du SDC autonome (1.3). On suppose qu'il existe un ensemble $\mathcal{D} \subseteq \mathcal{Q} \times \mathbb{R}^n$ tel que $(q, x_e) \in \mathcal{D}$ pour certains $q \in \mathcal{Q}$. S'il existe une fonction $V : \mathcal{D} \rightarrow \mathbb{R}$, telle que : $\forall q \in \mathcal{Q}$

- $V(q, x_e) = 0$
- $V(q, x) > 0, \forall (q, x) \in \mathcal{D} - \{0\}$
- $\dot{V}(q, x) = \frac{dV(q, x)}{dt} = \frac{\partial V(q, x)}{\partial x} f_q(x) \leq 0$ (resp. < 0), $\forall (q, x) \in \mathcal{D}$

• Pour toute exécution hybride $e_H = (\tau, S, x)$ partant de (q_0, x_0) , et tout $q' \in \mathcal{Q}$, la séquence $\{V(q(t_i), x(t_i)) : q(t_i) = q'\}$ est non croissante, alors l'origine est stable (resp. Asymptotiquement stable).

L'inconvénient de ce théorème est que la séquence doit être évaluée, ce qui oblige à intégrer les champs de vecteurs, donc on perd l'avantage fondamental de la théorie de Lyapunov.

Théorème 1.2 [26] (*Théorème de Fonction de Lyapunov Quadratique Commune (FLQC)*)

Soit $x_e = 0$ (l'origine) un point d'équilibre du système (1.3). Soit $\mathcal{D} \subseteq \mathbb{R}^n$ un ensemble qui contient l'origine. S'il existe une fonction $V : \mathcal{D} \rightarrow \mathbb{R}$, telle que :

- $V(x)$ est définie positive sur \mathcal{D}
- $\dot{V} = \frac{dV}{dt} = \frac{\partial V}{\partial x} f_\sigma(x) \leq 0$ (resp. < 0), $\forall x \in \mathcal{D}, \forall \sigma \in \mathcal{Q}$

alors l'origine est globalement uniformément stable (resp. Globalement Uniformément Asymptotiquement stable).

Pour avoir la stabilité à l'origine du SDC sous commutations arbitraires, trois conditions sont nécessaires mais pas suffisante :

1. que le SDC soit autonome de la forme $\dot{x} = f_\sigma(x)$,
2. que tous les sous - systèmes soient stables individuellement,
3. que l'origine soit un point d'équilibre stable à tous les modes.

L'existence d'une FLQC est une condition suffisante, mais n'est pas nécessaire pour la stabilité des SDC. En utilisant la relation avec les inclusions différentielles [27], [52], des auteurs ont exprimé ce problème de stabilité en termes de fonction de Lyapunov quasi - quadratique en reformulant le SDC (1.3) sous forme d'une inclusion différentielle [55], [56].

Définition 1.9 Considérons les inclusions différentielles linéaires décrites par

$$\dot{x} \in F(x) = \{y : y = Ax, \quad A \in \mathcal{A}\} \quad (1.4)$$

où \mathcal{A} est un ensemble compact. Un système à commutation linéaire sous la forme

$$\dot{x}(t) = A_{\sigma(t)}x(t),$$

avec $A_{\sigma(t)} \in \{A_1, A_2, \dots, A_N\}, \forall \sigma(t) \in \mathcal{I}$, peut être exprimé comme une inclusion différentielle (1.4) avec $\mathcal{A} = \{A_1, A_2, \dots, A_N\}$.

Théorème 1.3 [52] L'origine $x = 0$ de l'inclusion différentielle ($\dot{x} \in F(x)$) est asymptotiquement stable s'il existe une fonction de Lyapunov $V(x)$ strictement convexe, homogène (du second ordre) et quasi - quadratique :

$$V(x) = x^T P(x)x \quad (1.5)$$

$$P(x) = P^T(x) = P(\tau x), \quad \forall x \neq 0 \quad \text{et} \quad \tau \neq 0$$

dont la dérivée satisfait l'inégalité :

$$\dot{V}(x) \leq -\gamma \|x\|^2, \quad \gamma > 0.$$

Autrement dit,

Théorème 1.4 [52] L'origine de l'inclusion différentielle linéaire (1.4) dans \mathbb{R}^n est asymptotiquement stable, s'il existe un nombre $m \geq n$, une matrice $\mathcal{L} \in \mathbb{R}^n$ de rang n et M matrices

$$\Gamma_k = (\gamma_{ij}^{(k)})_{i,j=1}^m \in \mathbb{R}^{m \times m}, \quad \forall k = \{1, \dots, M\},$$

à diagonale dominante négatives, c'est - à - dire

$$\gamma_{ii}^k + \sum_{i \neq j} |\gamma_{ij}^{(k)}| < 0, \quad \forall i = 1, \dots, m, \quad k = 1, \dots, M$$

tels que la relation

$$A_k^T \mathcal{L} = \mathcal{L} \Gamma_k^T, \quad \forall k = \{1, \dots, M\}$$

soit vérifiée.

D'un point de vue pratique, la recherche numérique ou analytique d'une telle fonction (1.5), ou aussi d'une matrice \mathcal{L} , n'est pas aisée. Cette difficulté à obliger les auteurs à limiter leurs recherches à des fonctions de Lyapunov quadratiques de la forme

$$V(x) = x^T P x \tag{1.6}$$

avec P une matrice constante.

Une condition suffisante de stabilité des SDC linéaires de la forme (1.3) est l'existence d'une fonction de Lyapunov quadratique.

L'existence d'une telle fonction pour le système (1.3) peut être exprimée en termes d'inégalités matricielles linéaires LMI (Linear Matrix Inequality) [54]

$$A_q^T P + P A_q < 0, \quad \forall q \in \mathcal{Q}$$

dont la solution peut être trouvée par des algorithmes d'optimisation convexe.

Théorème 1.5 [54] Considérons le système (1.3). S'il existe une matrice P , $0 < P = P^T$, solution des LMIs

$$A_i^T P + P A_i < 0, \quad \forall i = 1, \dots, N \tag{1.7}$$

alors la fonction quadratique $V(x) = x^T P x$ est une fonction de Lyapunov pour le système (1.3) et l'origine est globalement exponentiellement stable (G.E.S.).

Dans cette section, nous avons rappelé brièvement quelques notions sur les systèmes dynamiques à commutation. Différents critères et problématiques de stabilité rencontrés dans l'étude des SDC ont aussi été présentés. Dans le paragraphe qui suit nous allons présenter les phénomènes non linéaires dans deux exemples des systèmes dynamiques à commutation dans le domaine de l'électronique de puissance.

1.3 Les phénomènes non linéaires dans les convertisseurs de puissance à commutation

Nous avons fait le choix d'étudier les convertisseurs électriques continu - continu (DC - DC) parce qu'ils sont de bons candidats pour les systèmes à commutation : ces circuits fortement non linéaires peuvent être rendus chaotiques, en fonction de leurs paramètres [18], [19]. En effet, dans la conception des convertisseurs de puissance fiables, il est vital d'être en mesure d'apprécier si un comportement chaotique peut apparaître : il faut absolument être en mesure d'étudier ce phénomène, de l'éviter par contrôle du chaos, voire de l'utiliser (pour certaines applications particulières ; transmission sécurisée de données, agression électromagnétique) par génération du chaos.

Définition 1.10 Soit $\mathcal{X} \subseteq \mathbb{R}^n$ l'espace d'état continu et soit $\mathcal{Q} = \{q_1, \dots, q_N\}$ un ensemble fini d'états discrets. L'espace d'état continu spécifie les valeurs possibles des états continus pour chaque q , où $q \in \mathcal{Q}$ représente les configurations *on* ou *off* de tous les commutateurs dans le circuit. Les réseaux sont constitués de sources idéales, d'éléments linéaires et de commutateurs idéaux ; donc pour chaque $q \in \mathcal{Q}$ la dynamique continue peut être modélisée par une équation différentielle de la forme :

$$\dot{x}(t) = f_q(x(t)) = A_q x(t) + B_q, \quad t > 0 \quad (1.8)$$

où $x(t) \in \mathcal{X}$, $A_q \in \mathbb{R}^{n \times n}$ et $B_q \in \mathbb{R}^n$.

La transition d'un état discret à un autre se réalise si l'état continu $x(\cdot)$ atteint une surface de commutation ou qu'un événement périodique s'est produit.

Remarque 1.4 : *Un circuit d'électronique de puissance peut être décrit comme étant un réseau de composants électriques choisis parmi les trois groupes suivants : les sources idéales de tension ou de courant, les éléments linéaires (résistances, capacités, inductances, transformateurs) et les éléments non linéaires agissant comme des commutateurs.*

1.3.1 Convertisseur boost contrôlé en mode courant

1.3.1.1. Modélisation

Le convertisseur boost contrôlé en mode courant et en boucle ouverte (figure 1.2) est un système dynamique de dimension deux. Rappelons qu'en mode de conduction continue, deux états de commutation sont envisageables :

- Commutateur S_c fermé et diode D ouverte
- Commutateur S_c ouvert et diode D fermée

Il y a deux états discrets : $[S_c \text{ fermé, D ouvert}]$ et $[S_c \text{ ouvert, D fermé}]$, qu'on va appeler q_1 et q_2 respectivement. D'où, $\mathcal{Q} = \{q_1, q_2\}$ et l'état du système est définie par $x = [v_C \quad i_L]^T$ qui donne les équations d'état affines pour $q_i, (i = 1, 2)$ de la forme de l'équation (1.8), où :

$$A_{q_1} = \begin{bmatrix} \frac{-1}{RC} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, A_{q_2} = \begin{bmatrix} \frac{-1}{RC} & \frac{1}{C} \\ \frac{-1}{L} & 0 \end{bmatrix} \text{ et } B_{q_1} = B_{q_2} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{E}{L} \end{bmatrix}$$

Les frontières de commutation des systèmes $S_1 : \dot{x} = A_{q_1}x + B_{q_1}$ et $S_2 : \dot{x} = A_{q_2}x + B_{q_2}$ sont données par un événement d'état et un autre événement périodique :

$$\begin{aligned} \beta_{q_1, q_2} &= \{(x, t) \in \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R} : \mathcal{S}_{12}(x) = i_L - I_{ref} = 0\} \\ \beta_{q_2, q_1} &= \{(x, t) \in \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R} : \mathcal{P}_{21}(t) = t - nT = 0\} \end{aligned}$$

avec :

$$\begin{aligned} \mathcal{S}_{12} &= \{x \in \mathbb{R}^2 : [0 \quad 1].x < I_{ref}\} \\ \mathcal{P}_{21} &= \{t \in \mathbb{R} : t = nT, n \in \mathbb{N}\} \end{aligned}$$

Le convertisseur Boost en mode de conduction continue commute entre deux systèmes S_1 et S_2 quand les sections de commutations β_{q_1, q_2} et β_{q_2, q_1} sont atteintes.

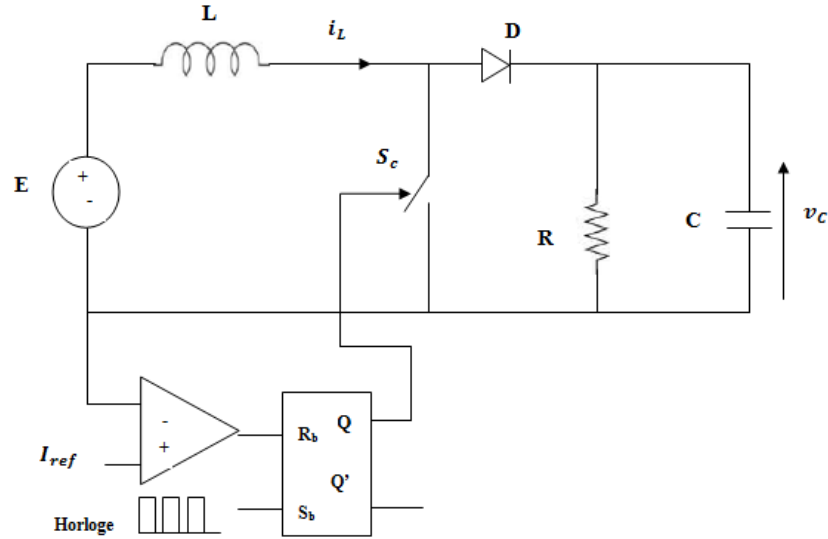


FIGURE 1.2 – Le convertisseur boost commandé en courant

1.3.1.2. Résultats de simulation

Les résultats de simulation (domaine temporel et plan tension - courant (v_C, i_L)) sont donnés par matlab. La figure 1.3 (milieu) montre la forme d'onde temporelle du courant qui est un signal périodique de période $T = 100\mu s$, qui varie dans l'intervalle $[0.4625, 0.7]A$. Dans cette figure le trait bleu représente la trajectoire du premier système S_1 , alors que la trajectoire du deuxième système S_2 est représentée par le trait rouge. Le premier événement survient quand le courant i_L monte à la valeur $0.7A$. Cela arrive à l'instant $t_{0.7A} = 5.28\mu s$, l'autre événement arrive à l'instant $t_{0.4625A} = 100\mu s$. Les figures 1.4, 1.5 et 1.6 représentent respectivement les cycles d'ordre 2, 4 et chaotique

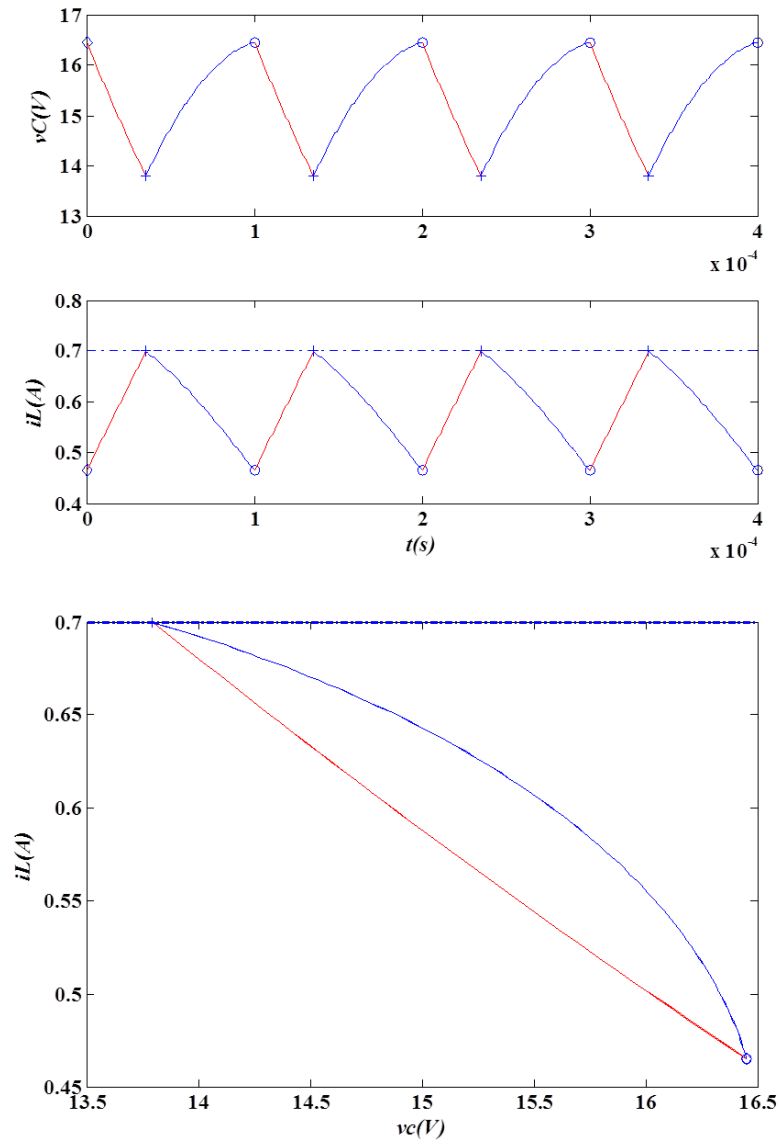


FIGURE 1.3 – Régime périodique fondamental pour $I_{ref} = 0.7A$: (haut) forme d'onde temporelle de la tension v_C , (milieu) forme d'onde temporelle du courant i_L . : (bas) plan de phase (v_C, i_L)

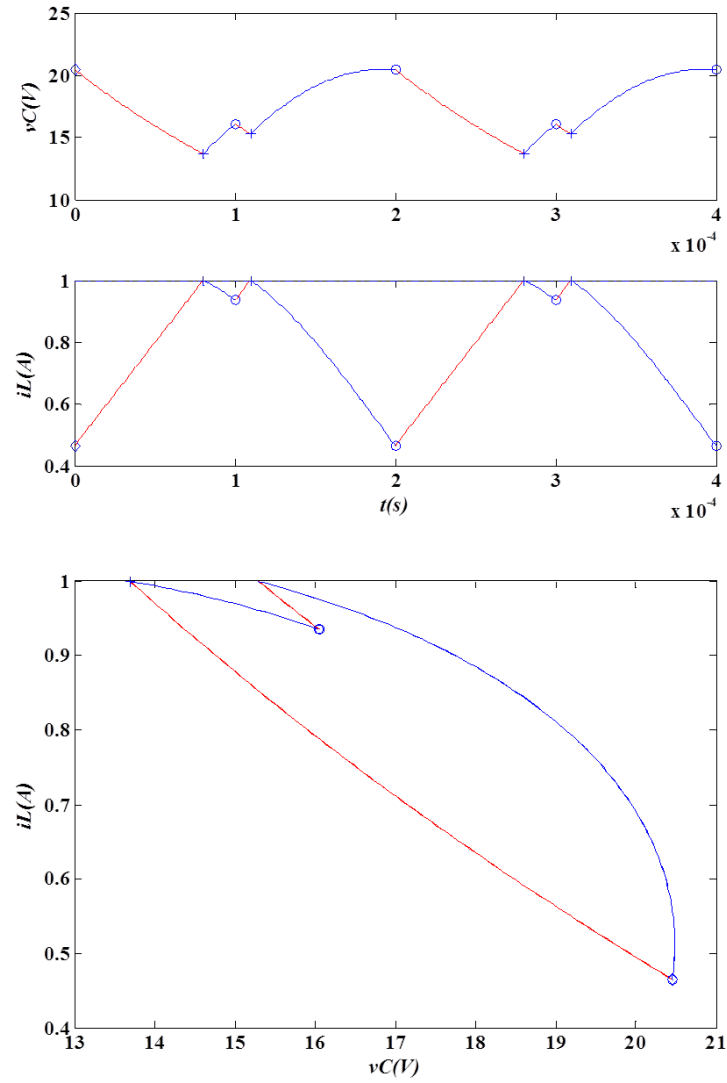


FIGURE 1.4 – Cycle d'ordre 2 pour $I_{ref} = 1A$: (haut) forme d'onde temporelle de la tension v_C , (milieu) forme d'onde temporelle du courant i_L . : (bas) plan de phase (v_C, i_L)

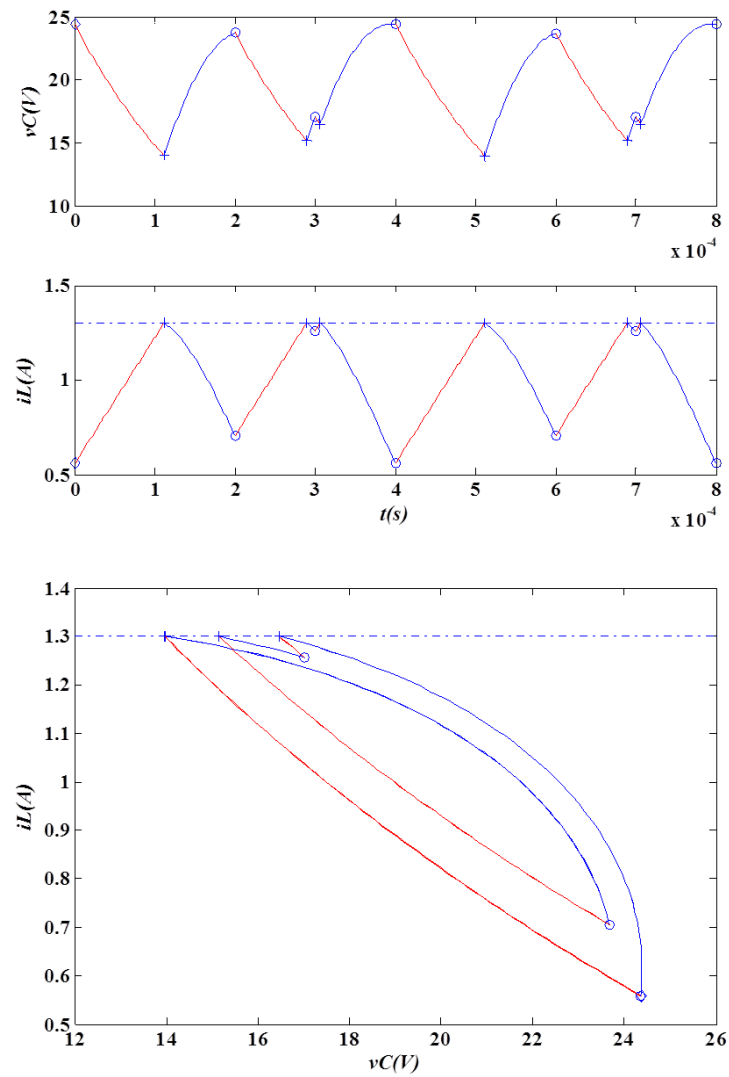


FIGURE 1.5 – Cycle d'ordre 4 pour $I_{ref} = 1.3A$: (haut) forme d'onde temporelle de la tension v_C , (milieu) forme d'onde temporelle du courant i_L : (bas) plan de phase (v_C, i_L)

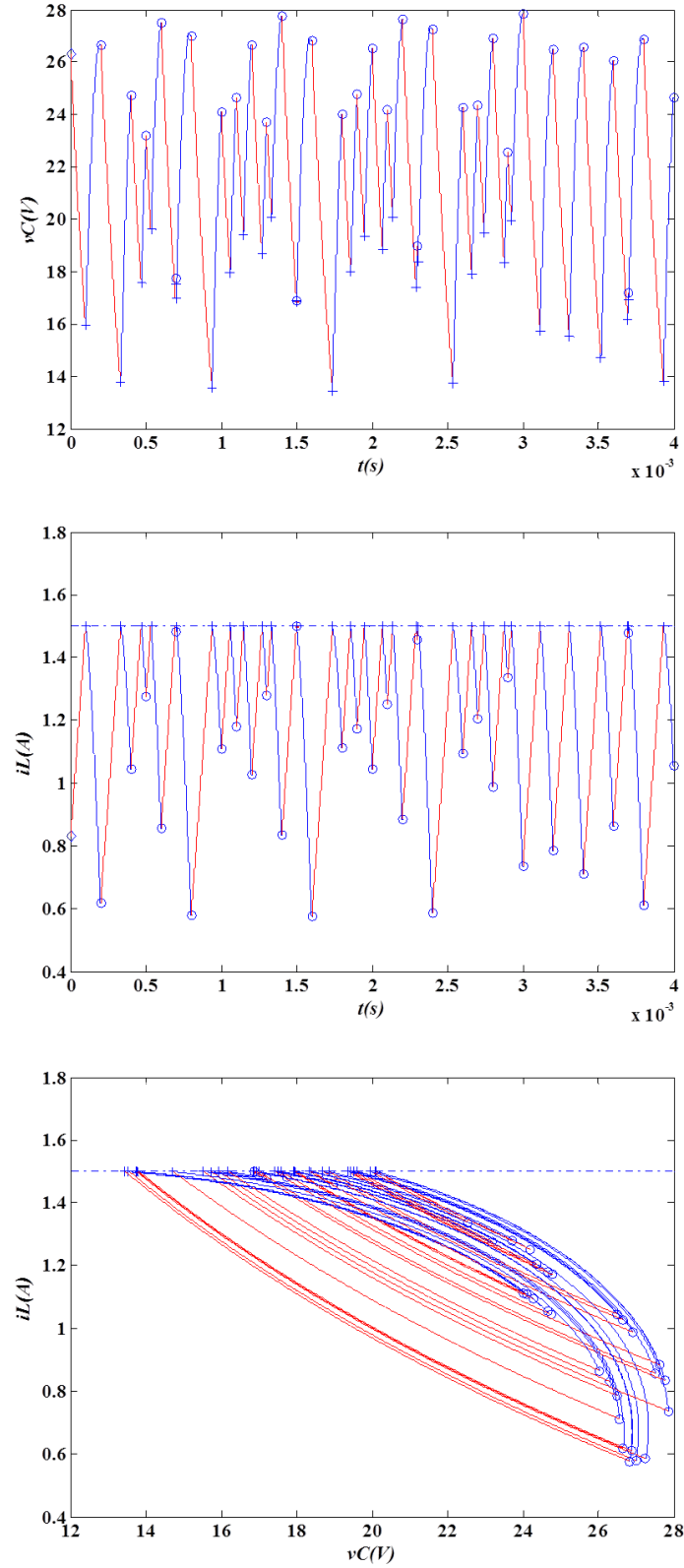


FIGURE 1.6 – Régime chaotique pour $I_{ref} = 1.5A$: (haut) forme d'onde temporelle de la tension v_C , (milieu) forme d'onde temporelle du courant i_L , (bas) plan de phase (v_C, i_L) .

1.3.2 Convertisseur buck contrôlé en mode tension

1.3.2.1. Modélisation

Le convertisseur buck contrôlé en mode tension et en boucle ouverte (figure 1.7) est un système dynamique de dimension deux. En mode de conduction continue, deux états de commutation sont envisageables :

- Commutateur S_c fermé et diode D ouverte
- Commutateur S_c ouvert et diode D fermée

Il y a deux états discrets : $[S_c \text{ fermé, D ouvert}]$ et $[S_c \text{ ouvert, D fermé}]$, qu'on va appeler q_1 et q_2 respectivement. D'où, $\mathcal{Q} = \{q_1, q_2\}$ et l'état du système est définie par $x = [v_C \quad i_L]^T$ qui donne les équations d'état affines pour $q_i, (i = 1, 2)$ de la forme de l'équation (1.8), où :

$$A_{q_1} = A_{q_2} = \begin{bmatrix} \frac{-1}{RC} & \frac{1}{C} \\ \frac{-1}{L} & 0 \end{bmatrix} \text{ et } B_{q_1} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad B_{q_2} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{E}{L} \end{bmatrix}$$

La transition d'un sous-système à un autre se produit grâce à un événement temporel défini par l'expression suivante :

$$\mathcal{P}(x, t) = v_{con}(t) - v_{ramp}(t) = a(v_C(t) - V_{ref}) - V_L - (V_U - V_L)\frac{t}{T}, \quad t \in [0, T]$$

Les sections de commutations des sous-systèmes S_1 et S_2 sont données par :

$$\begin{aligned} \beta_{q_1, q_2} &= \{(x, t) \in \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R} : \mathcal{P}(x, t) \geq 0\} \\ \beta_{q_2, q_1} &= \{(x, t) \in \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R} : \mathcal{P}(x, t) < 0\} \end{aligned}$$

Le convertisseur buck en mode de conduction continue commute donc entre deux systèmes $S_1 : \dot{x} = A_{q_1}x + B_{q_1}$ et $S_2 : \dot{x} = A_{q_2}x + B_{q_2}$ quand l'état $x(t)$ atteint les sections de commutations β_{q_1, q_2} et β_{q_2, q_1} .

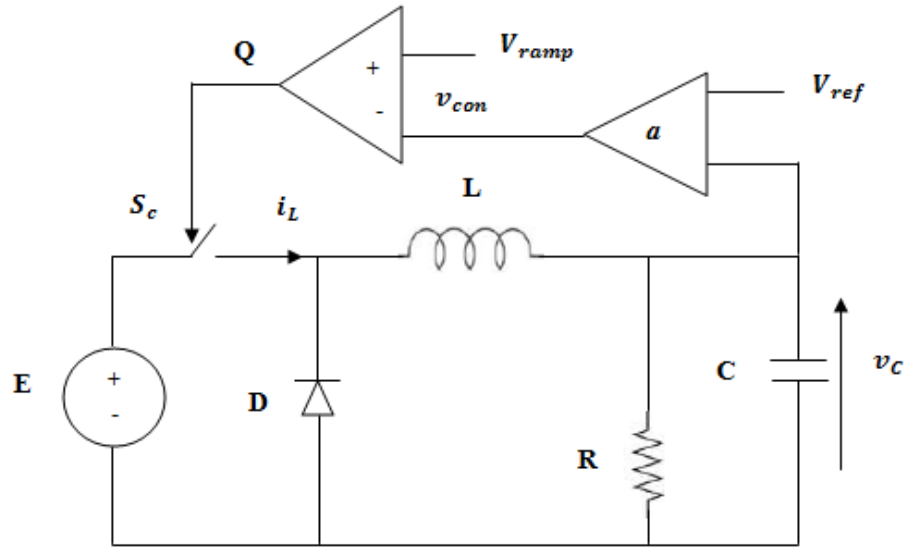


FIGURE 1.7 – Le convertisseur buck commandé en tension

1.3.2.2. Résultats de simulation

En simulant le système à l'aide de matlab on trouve les résultats (domaine temporel et plan tension - courant (v_C, i_L)) suivants : les subharmoniques de périodes 1, 2, 4 et chaotique sont donnés respectivement dans les figures 1.8, 1.9, 1.10 et 1.11.

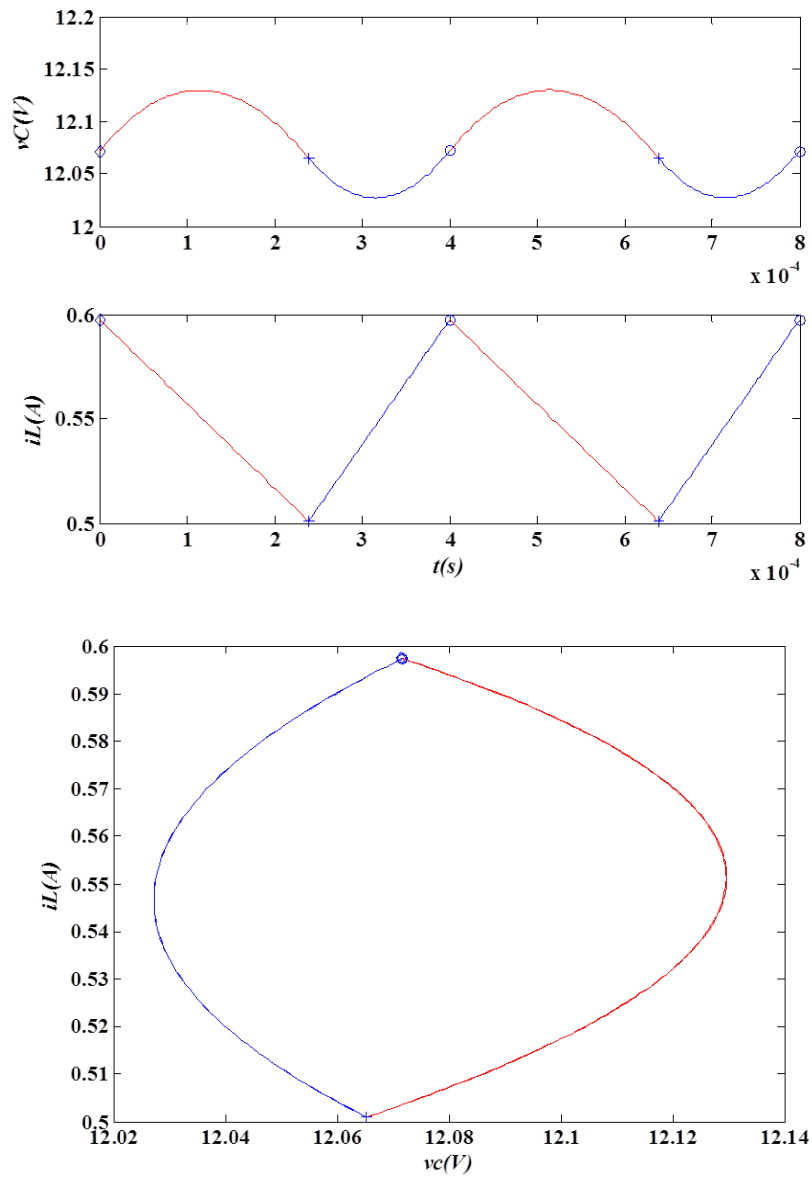


FIGURE 1.8 – Régime périodique fondamental pour $E = 30V$: (haut) forme d'onde temporelle de la tension v_C , (milieu) forme d'onde temporelle du courant i_L . : (bas) plan de phase (v_C, i_L)

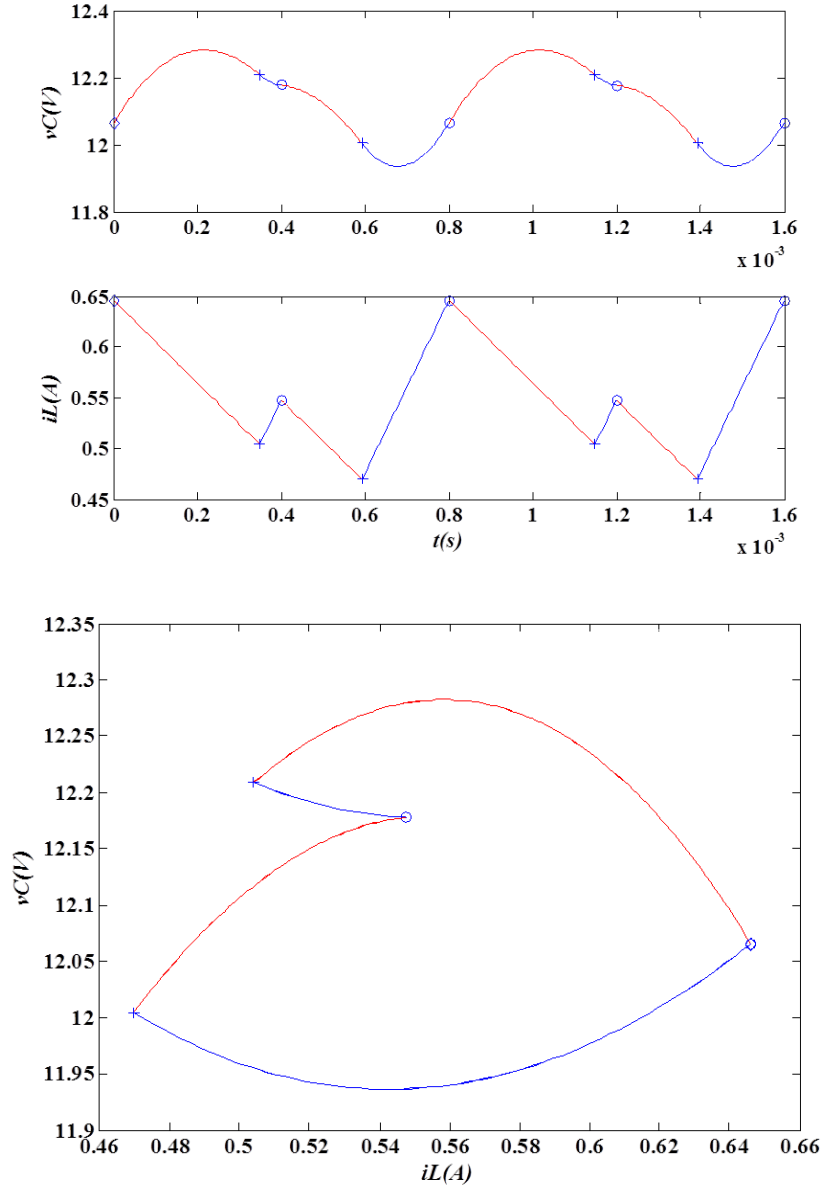


FIGURE 1.9 – Cycle d'ordre 2 pour $E = 37.5V$: (haut) forme d'onde temporelle de la tension v_C , (milieu) forme d'onde temporelle du courant i_L . : (bas) plan de phase (v_C, i_L)

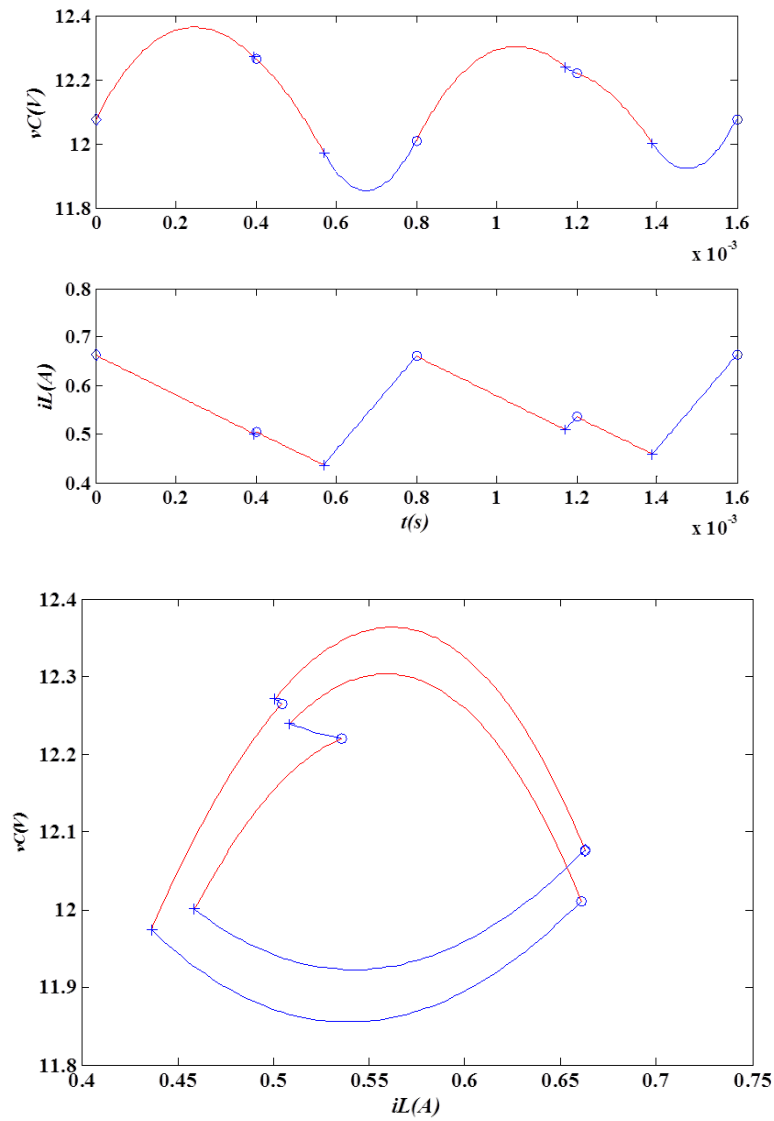


FIGURE 1.10 – Cycle d'ordre 4 pour $E = 41V$: (haut) forme d'onde temporelle de la tension v_C , (milieu) forme d'onde temporelle du courant i_L . : (bas) plan de phase (v_C, i_L)

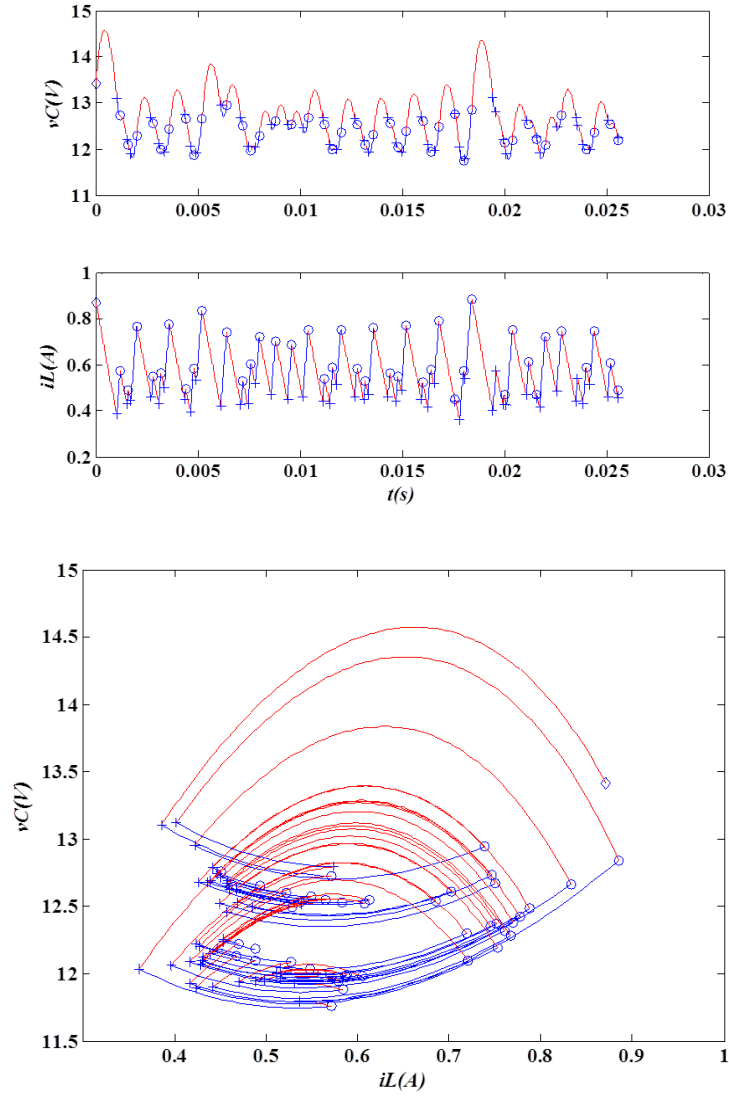


FIGURE 1.11 – Régime chaotique pour $E = 46.5V$: (haut) forme d'onde temporelle de la tension v_C , (milieu) forme d'onde temporelle du courant i_L , (bas) plan de phase (v_C, i_L)

1.4 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons étudié les comportements non linéaires dans les systèmes à commutation. Après un rappel sur les systèmes dynamiques à commutation, nous avons illustré par des exemples provenant de l'électronique de puissance la route vers le chaos. Nous avons montré que ces systèmes dynamiques à commutation (convertisseur buck et convertisseur boost) présentent des comportements chaotiques par l'influence d'un ou plusieurs de leurs paramètres.

Dans le chapitre qui va suivre, nous allons faire un balayage rapide des différentes structures multi - niveaux afin de mettre en avant le convertisseur multicellulaire série qui sera utilisé pour mettre en évidence les comportements chaotiques dans ces structures.

Chapitre 2

Généralités sur les convertisseurs multicellulaires et leurs charges

2.1 Introduction

L'histoire de la conversion multi - niveaux commence dans les années 60 [86]. La première structure décrite est une mise en série de pont en H. Puis dans la fin des années 70 est apparu le convertisseur clampé par le neutre (NPC) [85]. Cette structure est considérée comme le premier convertisseur multi - niveaux pour des applications de moyennes puissances. Depuis, de nombreuses études ont été proposées pour étudier ses propriétés et les évolutions possibles de cette structure.

Dans les années 90, les recherches vers de nouvelles structures se sont portées vers les convertisseurs multicellulaires série [64], aussi connu dans la littérature sous le nom de Flying Capacitor (FC). Et c'est à la fin des années 90 qu'est né le convertisseur multicellulaire superposé. Cette structure est une suite de la réflexion sur les convertisseurs multicellulaires série. Ces différentes structures peuvent être considérées comme les structures de base de la conversion multi - niveaux. Elles sont devenues une des solutions utilisées pour la conversion d'énergie pour des fortes puissances dans le milieu industriel [17]. Il est possible de trouver ces convertisseurs dans des applications très variées telles que la propulsion marine, le système de pompage, les liaisons à courant continu, la conversion d'énergie éolienne, la traction ferroviaire, l'extraction minière ou encore la compensation d'énergie réactive. Si le domaine d'application des structures multi - niveaux est très varié, les structures de conversion sont elles aussi très différentes. De nombreuses études ont été menées pour concevoir de nouvelles structures de conversion d'énergie. Basés sur l'association de structures élémentaires, ces convertisseurs constituent une solution

attrayante pour les applications de forte puissance. Ainsi, un grand nombre d'applications en électronique de puissance combinent de nos jours les derniers développements en matière de semi-conducteurs moyenne tension avec des structures de conversion d'énergie innovatrices et des commandes avancées [61] [62] [63]. Cela a conduit au développement des commandes spécifiques afin d'assurer dans tous les cas le bon fonctionnement de ces convertisseurs. Plusieurs travaux ont été réalisés sur les convertisseurs multicellulaires, on peut citer :

- * **Guillaume Gateau, 1997** [66] a utilisé la méthode de linéarisation exacte entrées / sorties. Cette méthode permet par une transformation algébrique de découpler le fonctionnement de chaque variable d'état les unes par rapport aux autres. Cette méthode permet notamment de mettre en évidence deux problèmes essentiels liés à la commande des convertisseurs multicellulaires série : la saturation des commandes et la commandabilité des tensions flottantes au voisinage d'un courant de charge nul. Le même auteur a étudié une loi de commande floue, il a construit pour chaque variable d'état un contrôleur flou de type classique pour le courant et de type proportionnel non linéaire pour les tensions. Cette approche heuristique l'a conduit à l'écriture des bases des règles très simples permettant la régulation de chaque variable d'état. L'avantage certain de ce type d'approche est la facilité et la rapidité de développement de la procédure de régulation. Deux désavantages sont néanmoins à citer pour cette procédure. Le premier provient du fait que chacune des boucles a été conçue de façon indépendante des autres variables d'état. Autrement dit, les interactions entre les variables d'état n'ont pas été prises en compte. Le second se situe au niveau de l'implémentation de la procédure de régulation. Le codage de l'algorithme nécessite beaucoup d'optimisation afin de réduire son temps d'exécution.
- * **Olivier Tachon, 1998** [69] a proposé deux lois de commande pour le convertisseur multicellulaire série. La première loi de commande de type proportionnel permet de contrôler les tensions des condensateurs flottants aussi bien en fonctionnement hacheur qu'en fonctionnement onduleur. La seconde loi de commande met en œuvre une commande non interactive qui permet de minimiser les interactions entre les tensions des condensateurs flottants et le courant de charge, et d'imposer les dynamiques sur les grandeurs électriques.
- * **Dominique Pinon, 2000** [70] a proposé trois techniques de commande. Dans la première technique de commande, il a utilisé la méthode de linéarisation par bouclage statique, tandis que dans la deuxième et la troisième technique, il a exploité respectivement la théorie de la commande par mode de glissement en

imposant une fréquence de commutation fixe.

- * **Martin Aimé, 2003** [71] a présenté une nouvelle stratégie de commande inspirée de la commande du courant crête à fréquence de découpage fixe, et adaptée à un convertisseur multiniveaux. Cette commande permet de contrôler le courant de sortie du convertisseur grâce à un système de double rampe de référence et un algorithme qui détermine en temps réel l'évolution du niveau de tension souhaité en sortie. Cette commande ne nécessite pas de capteur de tension aux bornes de la charge. Seul le courant dans l'inductance doit être mesuré, ainsi que les tensions flottantes, dans le cas d'un convertisseur multicellulaire. Par contre, la tension aux bornes de la charge ne doit pas subir de discontinuité, et elle ne doit pas varier de manière trop importante pendant chaque période de découpage. Cette condition est importante, afin de garantir que le courant dans l'inductance de sortie reste contrôlable, et varie de manière quasi linéaire par morceaux.
- * **Olivier Bethoux, 2005** [72] a montré comment élaborer un contrôle permettant d'assurer les meilleures dynamiques tout en préservant des régimes permanents optimaux. En particulier, le contrôle rapproché du convertisseur à nombre pair de cellules est établi avec succès. La boucle de premier niveau est utilisée directement par des algorithmes contrôlant des processus par modes glissants. Ensuite la défaillance d'une cellule est envisagée dans ces travaux.
- * **Khelifa Benmansour, 2009** [73] a utilisé une approche hybrique pour réaliser un banc d'essai d'un convertisseur multicellulaire série. La commande par modes glissants est utilisée pour la conduite des machines à courant continu. Ensuite l'analyse d'observabilité des tensions flottantes par approche statique et approche hybrique est étudiée dans sa thèse.
- * **Leonardo Amet, 2011** [82] améliore la commande de Bethoux [72] en proposant une commande directe basée sur la projection de phase qui calcule la combinaison des commutateurs afin d'approximer les tensions des condensateurs flottants avec leurs références.
- * **Bilal Amghar, 2013** [74] a présenté une nouvelle façon de commande des convertisseurs multicellulaires parallèles. Cette commande permet de contrôler le courant de sortie du convertisseur multicellulaire parallèle grâce à un réseau de Pétri (RdP) et un algorithme qui détermine en temps réel l'évolution du niveau de tension souhaité en sortie.

- * **Fernando Salinas, 2014** [83] a amélioré la commande par RdP proposée dans [74], mais cette fois ci sur le convertisseur multicellulaire série avec une étude de stabilité formelle basée sur une fonction de Lyapunov qui assure la convergence des états en fonction de la règle de commutation. Le principal avantage de cette approche est l'intégration de la dynamique continue et discrète par RdP.

2.2 Structures de conversion d'énergie multi - niveaux

Les structures de conversion d'énergie multi - niveaux reposent sur les associations de semi - conducteurs de puissance et pour certaines topologies de leurs connexions en série. Cette section est consacrée à la présentation du fonctionnement et des particularités des principales structures de conversion d'énergie multi - niveaux : le convertisseur en cascade, le convertisseur clampé par le neutre, le convertisseur multicellulaire parallèle et le convertisseur multicellulaire série.

2.2.1 Convertisseur multi - niveaux en cascade

En 1975, dans [75] les auteurs ont proposé un convertisseur multi - niveaux en cascade qui consistait en la mise en série de plusieurs ponts à deux niveaux monophasés ; ces ponts étant connectés à des sources de tension continues séparées. La figure 2.1 montre le schéma de base d'un convertisseur à N niveaux en cascade formé par l'association en série de $\frac{(N-1)}{2}$ ponts à deux niveaux. La tension V_s en sortie d'une telle structure est donnée par la somme des $\frac{(N-1)}{2}$ tensions en sortie de ces ponts. Une autre alternative consiste à envisager de mettre en série plusieurs ponts monophasés alimentés par une même source continue E (figure 2.2). Cette structure est appelée polygonale et l'utilisation d'un transformateur d'isolement à la sortie de chaque pont est obligatoire pour connecter les sorties alternatives de chaque pont.

Il est à noter cependant que pour ces deux structures, l'encombrement (et par conséquent l'augmentation du coût) de l'installation restent des handicaps pénalisants. En effet, pour l'obtention d'une tension de sortie à N niveaux, il faudra disposer de $\frac{(N-1)}{2}$ ponts monophasés par bras. Chaque pont doit être dimensionné pour le courant de charge et pour une tension continue égale à la valeur maximale de la tension en sortie du bras divisée par N (ceci est valable dans le cas des onduleurs polygonaux pour un rapport de transformation unitaire).

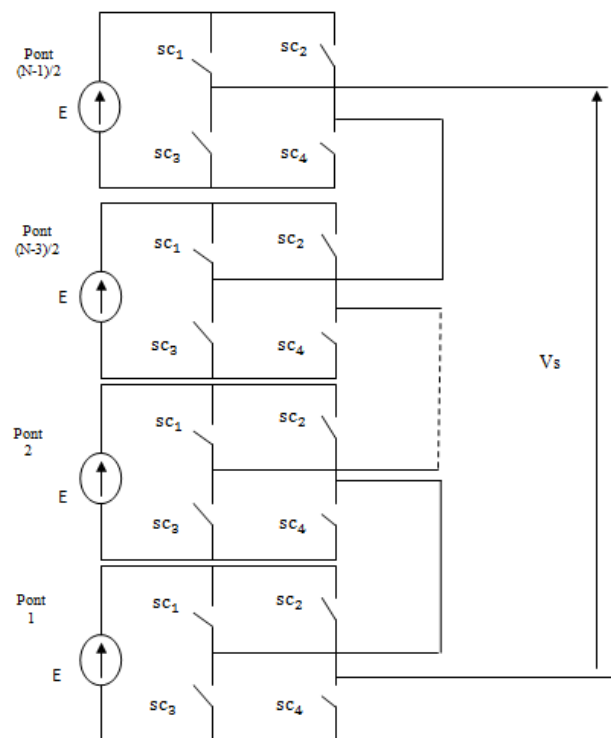


FIGURE 2.1 – Structure d'un convertisseur N niveaux en cascade

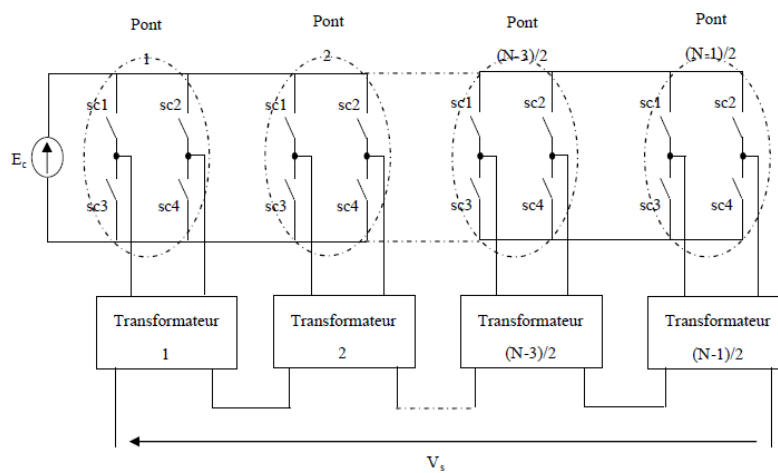


FIGURE 2.2 – Structure d'un convertisseur polygonal N niveaux

2.2.2 Convertisseur multi-niveaux à structure NPC

L'une des premières structures multi niveaux est apparue vers la fin des années 70 [76]. Cette structure, connue sous le nom de convertisseur clampé par le neutre, n'utilise pas de transformateur d'isolement et la répartition de la tension d'entrée continue sur différents interrupteurs en série est assurée par des diodes (clamps) connectées à des points milieux capacitifs. La figure 2.3 présente la structure correspondant à un onduleur monophasé à N niveaux.

Une série de $N - 1$ condensateurs permet de créer un ensemble de $N - 2$ points milieux capacitifs ayant des potentiels de tension qui vont de $\frac{E_c}{(N-1)}, \frac{(2E_c)}{(N-1)}, \dots$ jusqu'à $\frac{((N-2)E_c)}{(N-1)}$. Des niveaux de tensions intermédiaires sur la tension de sortie du bras peuvent donc être créées en connectant chacun de ces points à la sortie, en agissant pour cela sur les signaux de commandes $sc_1, \overline{sc}_1, sc_2, \dots, sc_{N-1}, \overline{sc}_{N-1}$, des interrupteurs de puissance. Les avantages les plus importants de cette structure par rapport à la structure classique à 2 niveaux sont [77] :

- l'amélioration de la forme d'onde de la tension de sortie. Ainsi, le contenu harmonique de la forme d'onde de sortie sera plus faible.
- la réduction de la contrainte de tension sur les interrupteurs (celle – ci est proportionnelle au nombre de niveaux) et donc adaptée pour les applications haute tension.

Par contre, l'inconvénient de cette structure est le déséquilibre de la tension des condensateurs. Dans certaines conditions de fonctionnement, la tension du point milieu capacitif peut avoir des variations très importantes. Afin d'assurer le bon fonctionnement, il faut prévoir une stratégie de commande pour assurer la stabilité de cette tension.

2.2.3 Convertisseur multicellulaire parallèle

Les convertisseurs multicellulaires parallèle sont utilisés dans des applications très diverses, comme les microprocesseurs, le réseau de puissance automobile (42V/24 A) ou les onduleurs de secours de forte puissance (400V/135A).

Les principales motivations de la mise en parallèle des cellules de commutation sont :

1. la possibilité d'atteindre des puissances inaccessibles avec des composants uniques,
2. l'utilisation de composants de calibre plus faible, et par conséquent plus performants,
3. la modularité du convertisseur qui, permet notamment de répondre à d'éventuelles modifications du cahier des charges,

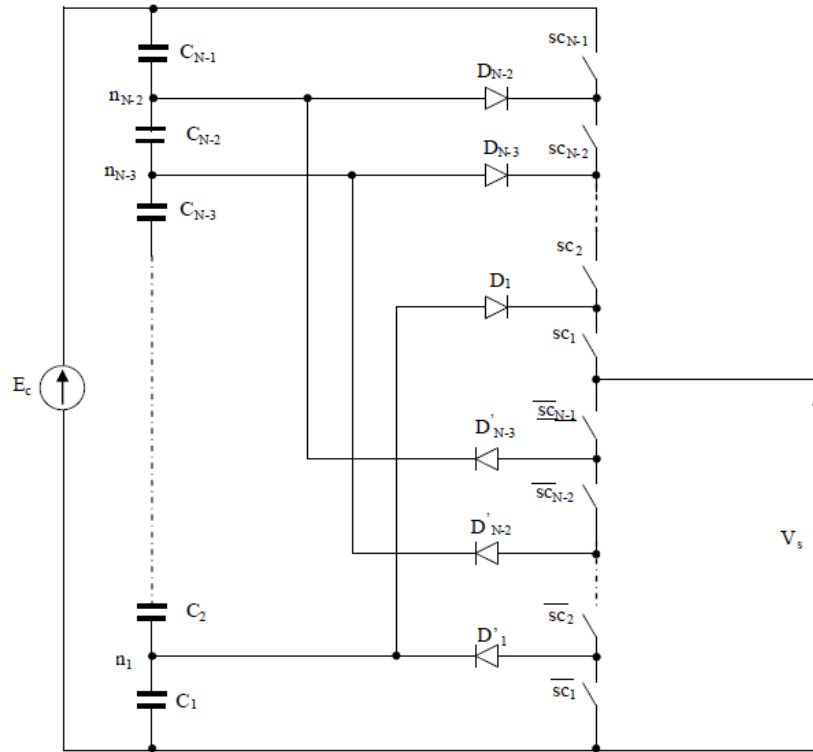


FIGURE 2.3 – Bras d'onduleur à structure NPC à N niveaux

4. l'amélioration des formes d'ondes à l'entrée et à la sortie du convertisseur par une augmentation du nombre de degrés de liberté,
5. la réduction du coût total du convertisseur, car des composants de calibre plus faibles peuvent être utilisés.

Le principal inconvénient des convertisseurs multicellulaires parallèles est dû aux problèmes que peut engendrer un parallélisme massif. Ces problèmes sont :

- l'existence des fortes ondulations de courant dans les phases du convertisseur ;
- le déséquilibre des courants de phase dû à la moindre imperfection du convertisseur.

Une topologie classique de convertisseur multicellulaire parallèle (CMP) repose sur une association de p cellules de commutation interconnectées par l'intermédiaire d'inductances indépendantes, appelées aussi inductances de liaison [78] (Figure 2.4). Les ordres de commande des cellules de commutation ont le même rapport cyclique et deux cellules adjacentes ont les ordres de commande déphasés de $\frac{2\pi}{p}$. Les tensions délivrées par les p cellules de commutation sont des tensions carrées de niveau 0 et $+E$, et déphasées de $\frac{2\pi}{p}$. Les p tensions constituent un système de tensions équilibrées (tensions de même fréquence fondamentale et de même contenu harmonique). Les

inductances de liaison sont identiques sur chaque cellule ($L_1 = L_2 = \dots = L_p = L$) et ont pour rôle d'absorber toute différence de tension instantanée entre les cellules. Elles sont toutes parcourues par le même courant moyen ($\frac{I_s}{p}$), ce qui offre un aspect modulaire très intéressant de ce type de convertisseur.

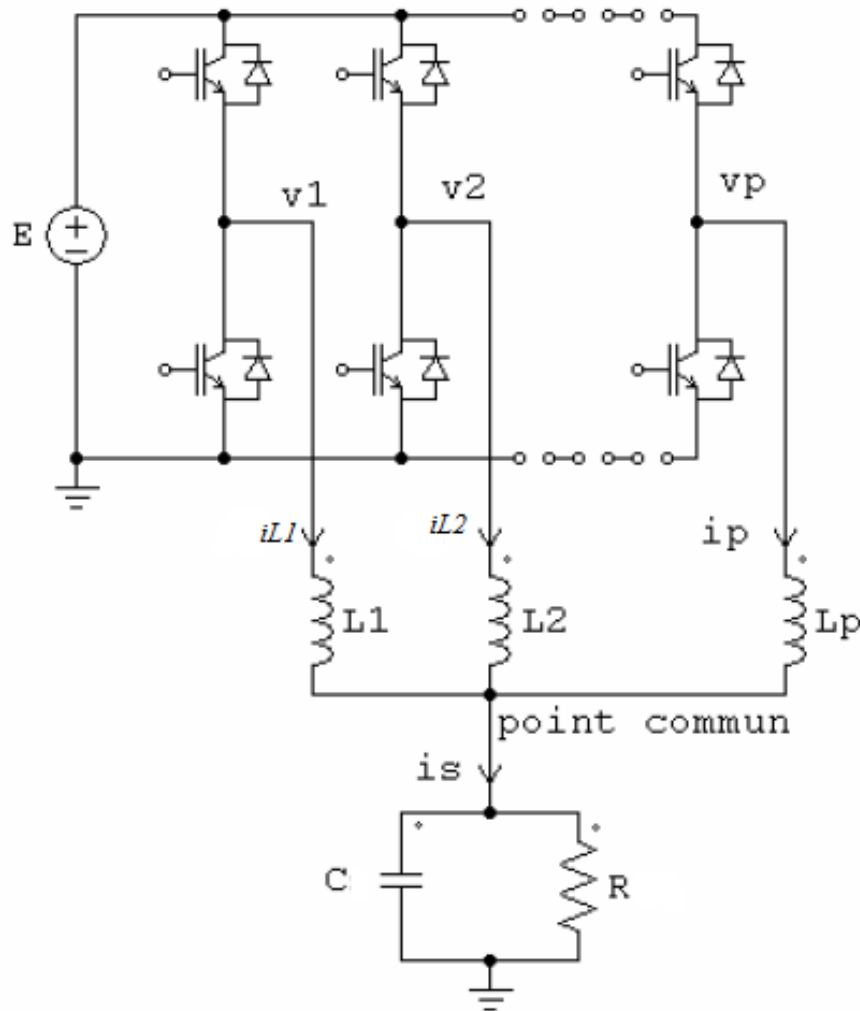


FIGURE 2.4 – Convertisseur multicellulaire parallèle

2.2.4 Convertisseur multicellulaire série ou à cellules imbriquées

Elle est apparue au début des années 1990 à la suite d'un brevet déposé par Thierry A. Meynard et Henri Foch [60], [66], [67]. Le convertisseur multicellulaire série (CMS) est une topologie de conversion d'énergie qui repose sur la mise en série d'interrupteurs commandés. Cette structure est basée sur la mise en série de cellules de commutation entre lesquelles une source de tension flottante est insérée. Ces sources de tensions flottantes sont réalisées par des condensateurs. La structure du convertisseur multicellulaire série peut être adaptée à toutes les configurations : montage en hacheur ou en onduleur (avec un point milieu capacitif), en demi pont ou en pont complet. La figure 2.5 montre le schéma d'un bras d'un convertisseur multicellulaire série à N niveaux, constitué de $p = N - 1$ cellules.

Les principales qualités qu'offre ce type de convertisseurs sont :

- la modularité d'une cellule de base permettant de construire toute une gamme de convertisseur [70],
- le nombre élevé de degrés de liberté lié aux nombres de cellules employées,
- l'ondulation réduite dans le rapport du nombre de cellules employées [77],
- la possibilité de faire fonctionner ce type de convertisseurs en mode dégradé.

Pour conserver un fonctionnement correct du convertisseur multicellulaire série au cours du temps, la commande doit assurer la régulation des tensions des condensateurs flottants. La régulation permet d'une part de répartir équitablement les contraintes sur chaque interrupteur, et d'autre part de conserver les mêmes caractéristiques du point de vue des niveaux de tension.

Il existe une commande en boucle ouverte très simple permettant d'assurer la stabilité du convertisseur. Elle est connue sous le nom de commande MLI (Modulation de Largeur d'Impulsion) ou commande dite "naturelle" [65]. Elle permet l'approximation de la tension de référence de sortie par la réalisation d'une tension moyenne de même valeur sur une période. Il apparaît cependant que pour certains points de fonctionnement (points critiques), la commande dite naturelle ne permet plus d'assurer la stabilité des tensions des condensateurs, ce qui peut conduire à la destruction du convertisseur. Ce phénomène a déjà été souligné dans des travaux antérieurs [66], [67], [82]. Le besoin de mieux caractériser l'existence d'un tel fonctionnement rend nécessaire une analyse approfondie de la commande de ce type de convertisseur.

Dans [68] l'auteur s'est appuyé sur une approche géométrique afin de faire cette analyse. Cette démarche a permis alors une analyse aussi complète que possible. Cela a notamment permis de caractériser les points de fonctionnement critiques pour lesquels les tensions de condensateurs ne sont plus naturellement contrôlées, notamment dans le cas triphasé avec la détermination de l'ensemble des points critiques dans deux cas différents. Cela a également conduit au développement des commandes spécifiques afin d'assurer le contrôle des tensions des condensateurs flottants dans tous les cas de fonctionnement. Par contre, la contrainte de ces convertisseurs est la nécessité d'un grand nombre de condensateurs, notamment pour une configuration triphasée [79].

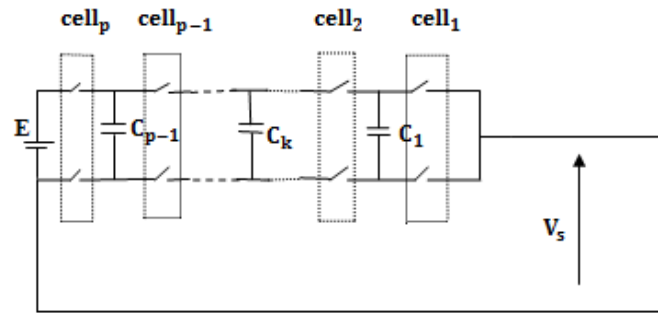


FIGURE 2.5 – Bras d'un convertisseur multicellulaire série à N niveaux

2.2.5 Récapitulatif des différentes structures de conversion d'énergie multi - niveaux

Le tableau 2.1 récapitule les avantages et les inconvénients des différentes structures de conversion d'énergie multi - niveaux.

Structures	Avantages	Inconvénients
Cascade	<ul style="list-style-type: none"> - assurer un équilibrage naturel des tensions ; - permet d'alimenter une charge de moyenne ou haute tension à partir de plusieurs sources basse tension 	<ul style="list-style-type: none"> - Encombrement de l'installation ; - Augmentation du coût
NPC	<ul style="list-style-type: none"> - Amélioration de la forme d'onde de la tension de sortie ; - Réduction de la contrainte de tension sur les interrupteurs (ceci est proportionnel au nombre de niveaux) et donc adapté pour les applications haute tension 	<ul style="list-style-type: none"> - Déséquilibre de la tension des condensateurs ; - Nécessité plus de composants semi - conducteurs
CMP	<ul style="list-style-type: none"> - la possibilité d'atteindre des puissances inaccessibles avec des composants uniques ; - l'utilisation de composants de calibre plus faible, et par conséquent plus performants ; - la modularité du convertisseur qui, permet de répondre à d'éventuelles modifications du cahier de charges ; - l'amélioration des formes d'ondes à l'entrée et à la sortie du convertisseur par une augmentation du nombre de degrés de liberté ; - la réduction du coût total du convertisseur. 	<ul style="list-style-type: none"> - Existence des fortes ondulations de courant dans les phases du convertisseur ; - Déséquilibre des courants de phase dû à l'imperfection du convertisseur
CMS	<ul style="list-style-type: none"> - Permet d'assurer une bonne répartition de la tension sur chaque interrupteur quel que soit le régime statique ou dynamique ; - On peut réaliser n'importe quelle combinaison sans réduire la durée de vie du système ; - L'utilisation de composants ayant à tenir des tensions plus faibles permet d'augmenter les caractéristiques de commutation ; - Son aspect modulaire permet de monter en tension facilement en augmentant le nombre de cellules 	<ul style="list-style-type: none"> - La nécessité d'un grand nombre de condensateurs, notamment pour une configuration triphasée

TABLE 2.1 – Récapitulatif des différentes structures de conversion d'énergie multi - niveaux

2.3 Étude du convertisseur multicellulaire série

L'aspect modélisation dans l'étude des convertisseurs statiques revêt un intérêt tout particulier. En effet, un convertisseur statique (multi - niveaux ou non) possède des variables continues (généralement courants et tensions) mais aussi des variables discontinues (états des interrupteurs). En électrotechnique, on utilise souvent un modèle aux valeurs moyennes instantanées. Pour ces modèles, on remplace les grandeurs discontinues par leurs valeurs moyennes glissantes sur une période de découpage. Cette modélisation est tout à fait justifiée et justifiable tant que la période de découpage est inférieure aux constantes de temps mises en jeu par le système. Les discontinuités (changements d'état des interrupteurs) conduisent à la génération d'harmoniques haute fréquence qui, en général, ne modifient pas qualitativement le fonctionnement propre du système. Le cas des convertisseurs multicellulaires est un peu particulier car la génération de ces harmoniques à la fréquence de découpage et au - delà, entraîne un équilibrage naturel des tensions appliquées aux bornes des interrupteurs bloqués. Dans cette partie, nous allons décrire rapidement les différents modèles de représentation possible pour les convertisseurs multicellulaires série.

2.3.1 Fonctionnement en hacheur

2.3.1.1. Modèle exact ou instantané

Le modèle exact ou instantané prend en compte les commutations des interrupteurs et les grandeurs instantanées de variables d'état du convertisseur. Il permet de représenter l'état de chacune des cellules de commutation du convertisseur à l'échelle de la période de découpage et les phénomènes harmoniques liés à la commutation des interrupteurs [69]. Ce modèle est utilisé pour valider en simulation des lois de commande car il est difficile à exploiter pour élaborer des lois de commande. La figure 2.6 présente un convertisseur multicellulaire série fonctionnant en hacheur dévolteur associé à une charge $R - L$. Ce convertisseur représente une association de p cellules de commutation. Chaque cellule est formée d'une paire d'interrupteurs (sc, \overline{sc}) dont l'état est complémentaire. L'ensemble des cellules constitue un bras. Nous remarquons qu'entre chacune des cellules est inséré un condensateur flottant. La mise en équation de cette structure met en œuvre $(p - 1)$ équations à l'évolution des tensions aux bornes des $(p - 1)$ condensateurs flottants et une équation liée au courant de la charge.

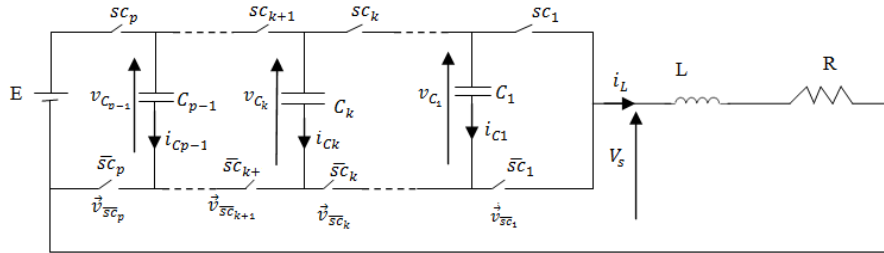


FIGURE 2.6 – Hacheur dévolteur à p cellules associé à une charge R, L

Pour établir le modèle instantané du convertisseur, on prend deux cellules (sc_k, \overline{sc}_k) et $(sc_{k+1}, \overline{sc}_{k+1})$ avec leur condensateur flottant (C_k) . L'évolution de la tension aux bornes du condensateur C_k est liée à l'évolution du courant i_{C_k} , ce dernier étant fonction de l'état des cellules adjacentes (cellule $k + 1$ et cellule k) et du courant de charge i_L .

Le courant de charge est fonction des signaux des commandes sc_{k+1} et sc_k :

$$i_{C_k} = (sc_{k+1} - sc_k)i_L \quad (2.1)$$

La tension aux bornes du condensateur C_k est liée au courant $i_{(C_k)}$ par :

$$i_{(C_k)} = C_k \frac{dv_{C_k}}{dt} \quad (2.2)$$

Donc, il vient :

$$\frac{dv_{C_k}}{dt} = \frac{sc_{k+1} - sc_k}{C_k} i_L \quad (2.3)$$

Cette équation est généralisée aux $(p - 1)$ condensateurs flottant.

D'après la loi des mailles, la tension de sortie V_s est la somme des tensions aux bornes des interrupteurs " \overline{sc} ". Ces tensions sont définies par :

$$v_{\overline{sc_k}} = (v_{C_k} - v_{C_{k-1}})sc_k \quad (2.4)$$

D'où la tension aux bornes de la charge V_s :

$$V_s = \sum_{k=1}^p v_{\overline{sc_k}} = \sum_{k=1}^p (v_{C_k} - v_{C_{k-1}})sc_k \quad (2.5)$$

L'évolution du courant dans la charge est donnée par l'équation suivante :

$$\frac{di_L}{dt} = \frac{V_s}{L} - \frac{R}{L} i_L \quad (2.6)$$

Par substitution de l'équation (2.5) dans l'équation (2.6), nous obtenons :

$$\frac{di_L}{dt} = \frac{sc_1 - sc_2}{L} v_{C_1} + \frac{sc_2 - sc_3}{L} v_{C_2} + \dots + \frac{sc_{p-1} - sc_p}{L} v_{C_{p-1}} + \frac{sc_p}{L} E - \frac{R}{L} i_L \quad (2.7)$$

Le modèle instantané représentant un bras multicellulaire série à p cellules fonctionnant en hacheur associée à une charge R - L est donc regroupé dans le système

d'équations suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dv_{C_1}}{dt} = \frac{sc_2 - sc_1}{C_1} i_L \\ \frac{dv_{C_2}}{dt} = \frac{sc_3 - sc_2}{C_2} i_L \\ \vdots \\ \frac{dv_{C_{p-1}}}{dt} = \frac{sc_p - sc_{p-1}}{C_{p-1}} i_L \\ \frac{di_L}{dt} = \frac{sc_1 - sc_2}{L} v_{C_1} + \frac{sc_2 - sc_3}{L} v_{C_2} + \dots + \frac{sc_{p-1} - sc_p}{L} v_{C_{p-1}} + \frac{sc_p}{L} E - \frac{R}{L} i_L \end{array} \right. \quad (2.8)$$

2.3.1.2 Modèle aux valeurs moyennes

Ce modèle permet de réaliser la synthèse de certaines lois de commande et correspond à l'utilisation des rapports cycliques. Il ne comprend aucune information relative à la phase des signaux. Pour le convertisseur multicellulaire série, les phénomènes harmoniques ne seront donc pas pris en compte tel que le rééquilibrage naturel. Les hypothèses supplémentaires à l'établissement de ce modèle par rapport au modèle instantané sont :

- *Tensions flottantes et tension de bus* : Les tensions sont considérées constantes durant une période de découpage.
- *Courants de phase* : Le courant de charge est constant sur une période de découpage et correspond à sa valeur moyenne sur cette même période.

2.3.1.3. Modèle harmonique

Pour pouvoir décrire le phénomène de l'équilibrage naturel (avec la MLI), ou considérer une commande jouant sur les déphasages, on ne peut pas utiliser le modèle moyen. Le modèle nécessaire ne doit plus se limiter aux composantes continues présentes sur les variables d'états, il doit tenir compte de l'ensemble des harmoniques. Le modèle harmonique est alors très bien adapté. Cette modélisation permet d'intégrer n'importe quelle charge linéaire grâce à sa réponse fréquentielle.

Les hypothèses de cette modélisation sont les suivantes :

- les interrupteurs sont parfaits (temps mort nul, temps de commutation nul, courant de fuite nul, pas de tension de saturation) ;
- les tensions des condensateurs sont supposées suffisamment dimensionnées

- pour être considérées comme constantes sur une période de découpage ;
- la constante de la charge sera supposée inférieure à la période de découpage pour avoir à chaque période de découpage un courant en régime permanent.

Le modèle harmonique permet de fournir de nombreuses informations :

- *en régime permanent* : en fixant le rapport cyclique et le déphasage, il est possible d'extraire les points d'équilibre des tensions des condensateurs sans passer par une longue et fastidieuse simulation ;
- *en transitoire avec la détermination des constantes de temps* : les valeurs propres de la matrice dynamique élémentaire du système permettent de caractériser les différentes constantes de temps pour chaque tension. Les rapports cycliques appliqués aux cellules sont alors constants sinon le modèle devient non linéaire.
- *en réponse fréquentielle (le diagramme de Bode)* : [84] contient les résultats sur le calcul et les propriétés des valeurs propres. Il montre que l'équilibrage naturel fonctionne uniquement pour un nombre premier de cellules. La commande fréquentielle basée sur ce modèle permet de réduire le nombre de filtres (brevet [60]).

2.3.1.4. Équilibrage des tensions aux bornes des condensateurs flottants

Pour que les sources des tensions flottantes imposent sur chaque interrupteur bloqué une contrainte en tension égale à $\frac{E}{p}$, il faut que chaque condensateur C_k soit chargé de la tension $\frac{kE}{p}$ avec $k \in [1, \dots, p-1]$. Dans cette section nous allons voir comment assurer l'équilibrage en boucle ouverte de ces tensions flottantes.

2.3.1.4.1 Équilibrage sans circuit auxiliaire

Pour fonctionner correctement, le convertisseur multicellulaire série a absolument besoin que les tensions aux bornes des condensateurs flottants soient équilibrées à leur juste valeur $\frac{kE}{p}$. Cet équilibrage des tensions flottantes s'effectue naturellement, selon un mécanisme qu'on va rappeler brièvement, à condition que les rapports cycliques soient identiques et que le déphasage entre les signaux de commande soit égal à $\frac{2\pi}{p}$. Supposons qu'au moins l'une des tensions flottantes s'écarte de sa valeur souhaitée. La conséquence immédiate sera une altération des niveaux intermédiaires de la tension de bus continu (E) et des tensions flottantes ($v_{C_1}, v_{C_2}, \dots, v_{C_{p-1}}$). Dans un tel cas, le spectre de raies de la tension de sortie se trouve lui aussi dégradé. Il apparaît entre autres une raie harmonique à la fréquence f_{dec} , là où normalement la première famille harmonique se situe $p \times f_{dec}$. Cette composante harmonique se trouve dans le courant de sortie du convertisseur. C'est elle qui, en circulant à travers les condensateurs flottants va rééquilibrer chaque tension flottante à $\frac{kE}{p}$, ($k = 1, 2, \dots, p-1$). Ceci permet de mettre en évidence que l'équilibrage est lié à la composante alternative du

courant de charge [69]. Bien sûr, pour que le phénomène de rééquilibrage se produise, il faut qu'il existe une relation de causalité entre la tension de sortie et le courant débité. Cet équilibrage n'est pas envisageable dans le cas d'un fonctionnement à vide.

Dans le cas d'une charge $R - L$, la dynamique d'équilibrage est conditionnée en partie [79] par la valeur de la constante de temps $\frac{L}{R}$ de la charge régissant l'évolution du courant de charge i_{ch} . De plus, pour une résistance donnée, une valeur importante (respectivement faible) de l'inductance de charge L entraîne une dynamique d'équilibre lente (respectivement rapide).

La figure 2.7 montre l'influence de la valeur de l'inductance de charge L dans le cas d'un hacheur dévolteur à trois cellules ayant des caractéristiques suivantes :

- La tension du bus continu $E = 1500V$
- La fréquence de découpage $f_{dec} = 10kHz$
- La résistance de charge $R = 10\Omega$
- Les capacités des sources flottantes $C_1 = C_2 = 40\mu F$

Le rapport cyclique (identique sur les trois cellules) $\alpha = 0.5$

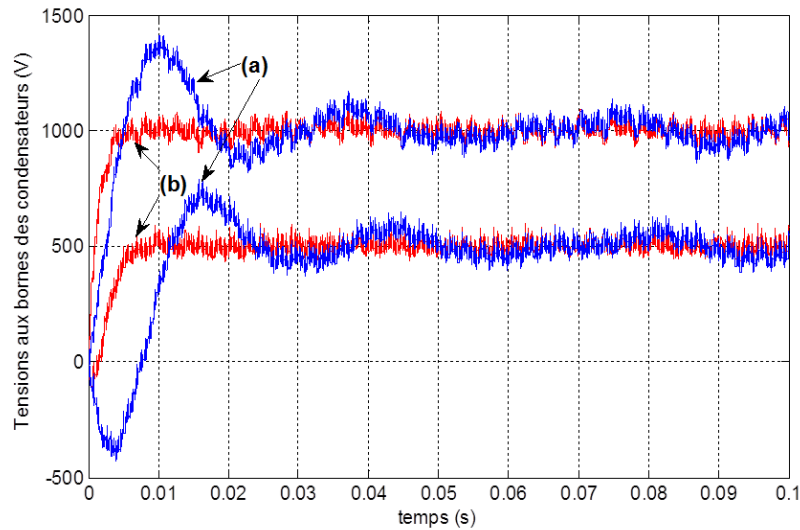


FIGURE 2.7 – L'influence de l'inductance de charge sur l'équilibrage : (a) $L = 0.5mH$; (b) $L = 0.1mH$

2.3.1.4.2 Équilibrage avec un circuit auxiliaire

Dans le paragraphe précédent, nous avons énoncé que l'équilibrage naturel n'est pas envisageable dans le cas d'un fonctionnement à vide. Pour assurer le rééquilibrage quel que soit le point de fonctionnement, un circuit auxiliaire est souvent mis en œuvre. Ce circuit, correspondant à un circuit RLC série résonnant, placé en parallèle sur la charge interviendra uniquement en cas de déséquilibre. La fréquence de résonance du circuit auxiliaire f_{aux} est choisie telle que l'impédance du circuit soit minimale pour les harmoniques égales à kf_{dec} (k entier positif non multiple de p) et maximale pour les harmoniques égales à kpf_{dec} [69]. Ainsi lors d'un déséquilibre, les harmoniques kf_{dec} apparaissant sur la tension de sortie créent des harmoniques de courant aux mêmes fréquences et d'amplitudes importantes (en raison de la faible impédance du circuit RLC pour ces fréquences). Ceci implique un rééquilibrage avec une dynamique satisfaisante [66]. Le nombre de circuits auxiliaires à mettre en œuvre est fonction du nombre de cellules du convertisseur car ce nombre fixe la bande passante comprise entre f_{dec} et pf_{dec} . Ainsi pour un convertisseur à trois cellules, un circuit RLC série accordé à la fréquence de découpage f_{dec} est suffisant. Par contre pour un convertisseur à sept cellules, trois circuits RLC en parallèle sur la charge accordés à f_{dec} , $2f_{dec}$ et $3f_{dec}$ seront nécessaires [80].

2.3.1.5 Étude d'un hacheur à deux cellules

Afin d'étudier le fonctionnement du convertisseur multicellulaire série et l'effet des décalages des ordres de commande sur les formes d'ondes en sortie et pour des raisons de simplicité de présentation, nous considérons le hacheur à deux cellules présenté sur la figure 2.8. Dans cette structure, la cellule 1 est celle qui est connectée à la charge.

Nous supposons que le condensateur est chargé à sa valeur d'équilibre $\frac{E}{2}$. La figure 2.9 montre qu'il existe 4 configurations différentes selon les commandes des interrupteurs. Les configurations b et c, permettent d'avoir un niveau de tension supplémentaire de $\frac{E}{2}$ par rapport à une structure classique.

Dans [66], l'auteur met en évidence les effets du déphasage entre les signaux de commande et le rapport cyclique sur la tension de sortie. Il en ressort de son étude que :

1. Pour un déphasage nul entre les signaux de commande et quelque soit le rapport cyclique, la tension de sortie oscille entre 0 et E . Ce type de fonctionnement est similaire en termes de forme d'onde, au cas d'un hacheur avec un seul interrupteur.

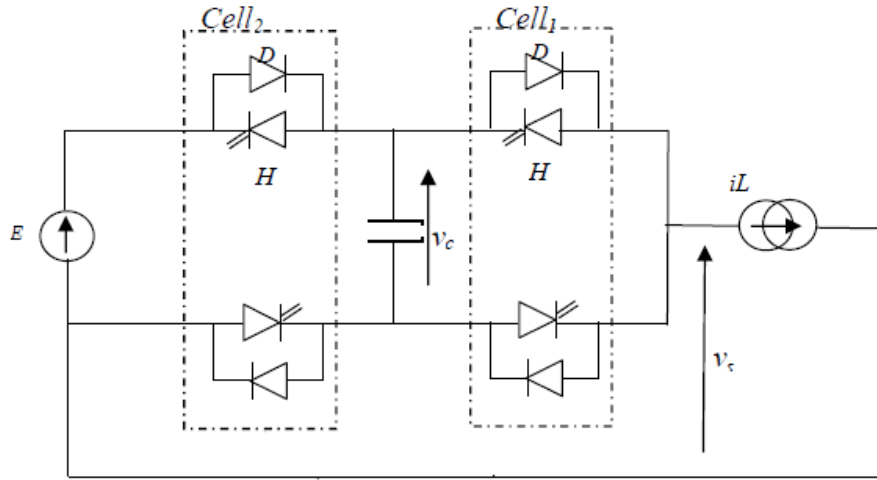


FIGURE 2.8 – Hacheur dévolteur à 2 cellules

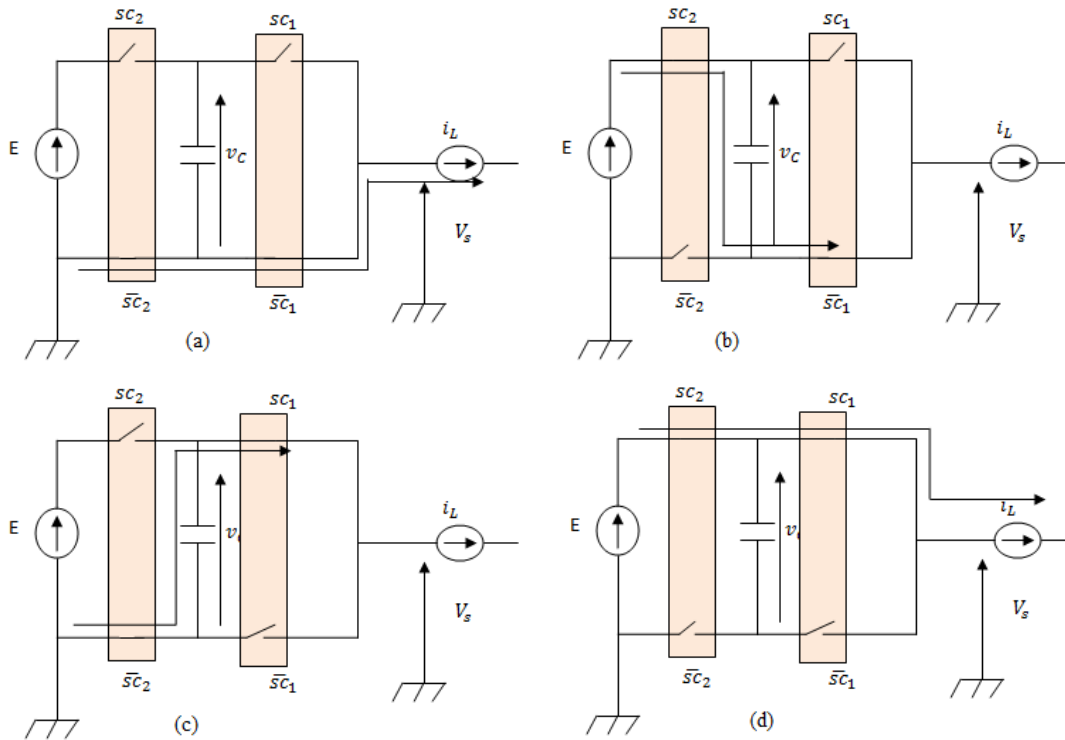


FIGURE 2.9 – Les configurations possibles d'un hacheur dévolteur à 2 cellules

2. Lorsque l'on déphase légèrement les signaux de commande, il apparaît, quelque soit le rapport cyclique appliqué sur les cellules, trois niveaux de tension $(0, \frac{E}{2}, E)$. L'amplitude maximum des variations est donc toujours égale à E .
3. Pour un déphasage de π entre les signaux de commande, la tension vue par la charge oscille entre 0 et $\frac{E}{2}$ quand $\alpha = 0.25$ et entre $\frac{E}{2}$ et E quand $\alpha = 0.75$.

Ceci démontre la possibilité de fonctionner en multi - niveaux.

4. Les variations de déphasage n'influencent pas la valeur moyenne de la tension de sortie qui dépend uniquement de la tension d'alimentation et de la valeur du rapport cyclique commun à toutes les cellules.

Nous pouvons donc en tirer les propriétés suivantes en généralisant à p cellules de commutation [66] :

2.3.1.6. Propriétés

Propriété 1 : Pour un convertisseur multicellulaire série à p cellules de type hacheur, si on impose des rapports cycliques égaux et des déphasages réguliers de $\frac{2\pi}{p}$ entre les signaux de commande des cellules alors l'ondulation de la tension de sortie est divisée par p .

Propriété 2 : Pour un convertisseur multicellulaire série à p cellules de type hacheur, si on impose des déphasages réguliers de $\frac{2\pi}{p}$ entre les signaux de commande des cellules et si le rapport cyclique α est compris entre $\frac{(i-1)}{p}$ et $\frac{i}{p}$ avec $i \in [1, \dots, p]$ alors la tension de sortie prendra les valeurs $\frac{(i-1)E}{p}$ et $\frac{iE}{p}$ sur une période de hachage.

Propriété 3 : Pour un convertisseur multicellulaire série à p cellules de type hacheur, si on impose des rapports cycliques égaux et de déphasages réguliers de $\frac{2\pi}{p}$ entre les signaux de commande des cellules alors la fréquence de commutation apparente de la tension de sortie est multipliée par p .

Propriété 4 : Dans le cas où le rapport cyclique est égal à $\frac{k}{p}$ avec $k \in [1, \dots, p-1]$, la tension de sortie n'est plus découpée car une des cellules de commutation passe à l'état haut, une autre passe à l'état bas en même temps. Ceci implique une tension de sortie du bras égale à $\frac{kE}{p}$.

2.3.2 Fonctionnement en onduleur

Comme nous l'avons vu dans le cas du fonctionnement en hacheur, nous devons générer les ordres de commande pour les différentes cellules de l'association. Ces ordres de commande devront être déphasés entre eux de $\frac{2\pi}{p}$ (pour avoir un fonctionnement optimal). Plusieurs solutions sont à notre disposition et nous allons présenter la plus simple et la plus facile d'utilisation en pratique : MLI naturelle.

Dans la MLI naturelle, les ordres de commande de chaque cellule sont générés par l'intersection entre une porteuse triangulaire de fréquence f_p et le signal modulant sinusoïdal de fréquence f_{mod} . Les équations permettant de générer les signaux triangulaires notés tr_k évoluant dans l'intervalle $[-1 \ 1]$ sont :

$$\begin{cases} tr_1 = \frac{\pi}{2} \arcsin(\sin(2\pi f_p t - \phi)) \\ tr_2 = \frac{\pi}{2} \arcsin(\sin(2\pi f_p t - \phi - \frac{2\pi}{p})) \\ \vdots \\ tr_p = \frac{\pi}{2} \arcsin(\sin(2\pi f_p t - \phi - (p-1)\frac{2\pi}{p})) \end{cases}$$

L'angle ϕ sera choisi égal à $\frac{\pi}{2}$ comme nous l'avons vu dans le cas d'un fonctionnement en hacheur. La comparaison entre les signaux triangulaires tr_k et les modulantes, notées mod_k , permet d'obtenir les ordres de commande sc_k :

- Si $mod_k \geq tr_k \Rightarrow sc_k = 1$
- Si $mod_k \leq tr_k \Rightarrow sc_k = 0$

2.3.2.1. Onduleur monophasé en pont complet

La structure d'un onduleur multicellulaire série monophasé en pont complet est représentée sur la figure 2.10. Cette structure contient deux bras, le premier bras est caractérisé par les condensateurs $C_{1,1}, C_{2,1}, \dots, C_{p-1,1}$, tandis que, le deuxième bras est caractérisé par les condensateurs $C_{1,2}, C_{2,2}, \dots, C_{p-1,2}$. Les équations qui régissent le fonctionnement du premier bras sont :

$$\begin{cases} \frac{dv_{C_{1,1}}}{dt} = \frac{sc_{2,1} - sc_{1,1}}{C_{1,1}} i_L \\ \frac{dv_{C_{2,1}}}{dt} = \frac{sc_{3,1} - sc_{2,1}}{C_{2,1}} i_L \\ \vdots \\ \frac{dv_{C_{p-1,1}}}{dt} = \frac{sc_{p,1} - sc_{p-1,1}}{C_{p-1,1}} i_L \end{cases} \quad (2.9)$$

Le fonctionnement du deuxième bras est décrit par le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} \frac{dv_{C_{1,2}}}{dt} = \frac{sc_{2,2} - sc_{1,2}}{C_{1,2}} i_L \\ \frac{dv_{C_{2,2}}}{dt} = \frac{sc_{3,2} - sc_{2,2}}{C_{2,2}} i_L \\ \vdots \\ \frac{dv_{C_{p-1,2}}}{dt} = \frac{sc_{p,2} - sc_{p-1,2}}{C_{p-1,2}} i_L \end{cases} \quad (2.10)$$

La tension aux bornes de la charge est exprimée par : $v_s = v_{s1} - v_{s2}$, avec

$$v_{s1} = v_{AM} = (sc_{1,1} - sc_{2,1})v_{C_{1,1}} + (sc_{2,1} - sc_{3,1})v_{C_{2,1}} + \dots + (sc_{p-1,1} - sc_{p,1})v_{C_{p-1,1}} + sc_{p,1}E$$

$$v_{s2} = v_{BM} = (sc_{1,2} - sc_{2,2})v_{C_{1,2}} + (sc_{2,2} - sc_{3,2})v_{C_{2,2}} + \dots + (sc_{p-1,2} - sc_{p,2})v_{C_{p-1,2}} + sc_{p,2}E$$

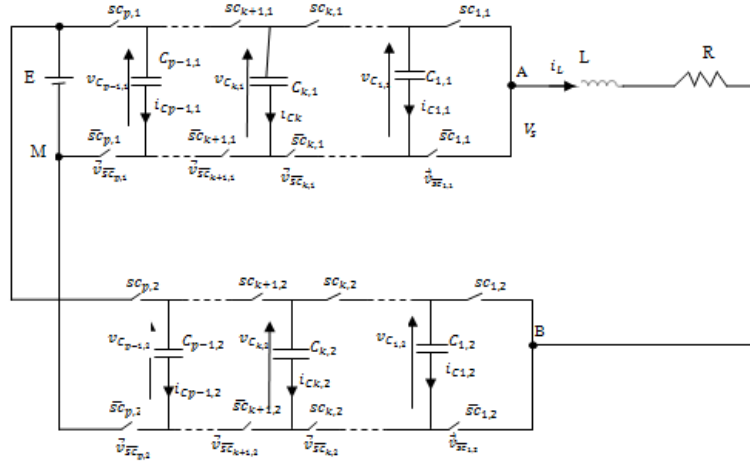


FIGURE 2.10 – Onduleur monophasé multicellulaire série en pont complet

Les signaux de commande sont obtenus par modulation de largeur d'impulsion par la technique MLI naturelle. Les deux modulantes mod_1 (pour le premiers bras) et mod_2 (pour le deuxième bras) sont données par :

$$mod_1 = 0.9 \sin(2\pi f_{mod} t)$$

$$mod_2 = 0.9 \sin(2\pi f_{mod} t - \pi)$$

2.3.2.2. Onduleur multicellulaire série triphasé

La structure d'un onduleur multicellulaire série triphasé est composée de trois bras multicellulaires, comme le montre la figure 2.11. En notant l'indice de la phase j , ($j = a, b, c$), on a la notation suivante :

- $sc_{i,j}$ pour la commande de la cellule i du bras j
- $v_{C_{i,j}}$ pour la tension du condensateur i du bras j

Le fonctionnement des trois bras est régi par les équations suivantes :

1. Pour le bras a :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dv_{C_{1,a}}}{dt} = \frac{sc_{2,a} - sc_{1,a}}{C_{1,a}} i_{L,a} \\ \frac{dv_{C_{2,a}}}{dt} = \frac{sc_{3,a} - sc_{2,a}}{C_{2,a}} i_{L,a} \\ \vdots \\ \frac{dv_{C_{p-1,a}}}{dt} = \frac{sc_{p,a} - sc_{p-1,a}}{C_{p-1,a}} i_{L,a} \end{array} \right.$$

2. Pour le bras b :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dv_{C_{1,b}}}{dt} = \frac{sc_{2,b} - sc_{1,b}}{C_{1,b}} i_{L,b} \\ \frac{dv_{C_{2,b}}}{dt} = \frac{sc_{3,b} - sc_{2,b}}{C_{2,b}} i_{L,b} \\ \vdots \\ \frac{dv_{C_{p-1,b}}}{dt} = \frac{sc_{p,b} - sc_{p-1,b}}{C_{p-1,b}} i_{L,b} \end{array} \right.$$

3. Pour le bras c :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dv_{C_{1,c}}}{dt} = \frac{sc_{2,c} - sc_{1,c}}{C_{1,c}} i_{L,c} \\ \frac{dv_{C_{2,c}}}{dt} = \frac{sc_{3,c} - sc_{2,c}}{C_{2,c}} i_{L,c} \\ \vdots \\ \frac{dv_{C_{p-1,c}}}{dt} = \frac{sc_{p,c} - sc_{p-1,c}}{C_{p-1,c}} i_{L,c} \end{array} \right.$$

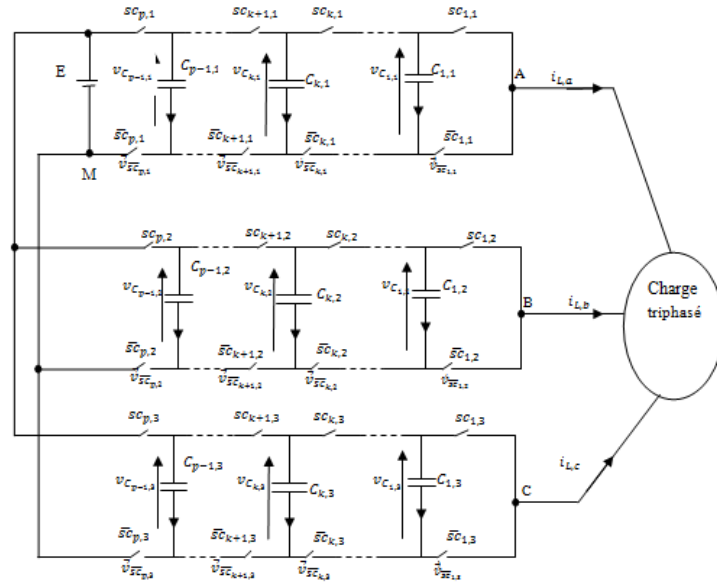


FIGURE 2.11 – Structure d'un onduleur triphasé multicellulaire série

Les tensions aux bornes de la charge sont données par :

$$\begin{cases} v_a = \frac{2v_{AM} - v_{BM} - v_{CM}}{3} \\ v_b = \frac{-v_{AM} + 2v_{BM} - v_{CM}}{3} \\ v_c = \frac{-v_{AM} - v_{BM} + 2v_{CM}}{3} \end{cases}$$

avec

$$v_{AM} = (sc_{1,a} - sc_{2,a})v_{C_{1,a}} + (sc_{2,a} - sc_{3,a})v_{C_{2,a}} + \dots + (sc_{p-1,a} - sc_{p,a})v_{C_{p-1,a}} + sc_{p,a}E$$

$$v_{BM} = (sc_{1,b} - sc_{2,b})v_{C_{1,b}} + (sc_{2,b} - sc_{3,b})v_{C_{2,b}} + \dots + (sc_{p-1,b} - sc_{p,b})v_{C_{p-1,b}} + sc_{p,b}E$$

$$v_{CM} = (sc_{1,c} - sc_{2,c})v_{C_{1,c}} + (sc_{2,c} - sc_{3,c})v_{C_{2,c}} + \dots + (sc_{p-1,c} - sc_{p,c})v_{C_{p-1,c}} + sc_{p,c}E$$

L'onduleur est commandé par la technique MLI naturelle, et les trois modulantes mod_1 (pour le premier bras), mod_2 (pour le deuxième bras) et mod_3 (pour le troisième bras) sont données par :

$$mod_1 = 0.9 \sin(2\pi f_{mod} t)$$

$$mod_2 = 0.9 \sin(2\pi f_{mod} t - \frac{2\pi}{3})$$

$$mod_3 = 0.9 \sin(2\pi f_{mod} t - \frac{4\pi}{3})$$

2.4 Conclusion

Dans ce chapitre, après un rapide balayage des différentes structures des convertisseurs multi - niveaux, le modèle dynamique complet du convertisseur multicellulaire série ou à cellules imbriquées a été présenté en fonctionnement hacheur et onduleur. La méthode utilisée passe par l'écriture générale des équations des courants et des tensions. Le point important de cette présentation est la modélisation du convertisseur. Un bref aperçu est donné sur l'équilibrage des tensions aux bornes des condensateurs flottants (équilibrage sans circuit auxiliaire et équilibrage avec un circuit auxiliaire). Le modèle complet du système est donné sous la forme des variables d'état. Le modèle en fonctionnement hacheur sera utilisé au chapitre 3 en vue de mettre en évidence la présence du comportement chaotique dans un convertisseur multicellulaire série.

Chapitre 3

Étude des comportements chaotiques dans un convertisseur multicellulaire série

3.1 Introduction

Le chaos est considéré par les communautés des mathématiques, des sciences de l'ingénieur, de la physique, de la biologie, etc. comme un phénomène dynamique complexe à plus d'un titre. Notamment il est reproductible mais n'est jamais identique et il peut être voulu ou indésiré, ainsi les recherches dans le domaine du chaos incluent la suppression et la reconstruction du chaos. Cette génération de comportement chaotique peut, par exemple être réalisée en produisant des attracteurs chaotiques grâce à la commutation des systèmes linéaires [87], [88], [89] alors qu'aucun système linéaire seul ne peut produire du chaos. Les électroniciens [90], [91] savent bien que ces systèmes linéaires par morceaux peuvent être utilisés pour produire différents attracteurs chaotiques, comme les n-scroll attracteurs du célèbre circuit de Chua [92]. Un phénomène similaire produisant des cascades de cycles limites conduisant au chaos est observé dans [93] et [94]. Ainsi dans [93], deux séries de conditions initiales produisent deux cycles limites différents alors qu'un nouveau cycle limite pour chaque nouvelle condition initiale est observé dans [94].

L'étude de la dynamique non linéaire avec comportement chaotique des convertisseurs DC - DC a débuté en 1984 par les travaux de Brockett et Wood [95]. Depuis, le chaos et les phénomènes non linéaires dans les circuits d'électronique de puissance ont attiré l'attention de nombreux groupes de recherche dans le monde entier. Différents phénomènes non linéaires ont été observés et ont dûs être distingués comme

les routes vers le chaos à partir de la cascade de doublement de période [96], [97], [98], [99], [100] ou des phénomènes de quasi - périodicité [101], [102], [103]. De même pour les systèmes lisses, des bifurcations de type “border collision“ (collision frontière) [100], [104] ont dûes être distinguées des bifurcations sliding (glissement à la frontière), etc.

Ce chapitre propose l’étude et l’analyse du comportement chaotique dans un hacheur multicellulaire série. Notons que le hacheur qui a une charge purement dissipative, ne peut générer un comportement chaotique car aucun élément du système n’est capable de produire de l’énergie. Néanmoins, il est bien connu depuis [105] qu’un convertisseur de puissance quand il est connecté à une charge non - linéaire non strictement dissipative peut avoir un comportement chaotique. Pour des raisons de simplicité de présentation, nous étudierons dans un premier temps un hacheur à deux cellules pour ensuite passer à un hacheur à cinq cellules. Ce chapitre est organisé comme suit : dans le paragraphe 2, le principe de base d’un convertisseur multicellulaire série est rappelé. Dans le paragraphe 3, une étude du comportement chaotique du hacheur à deux cellules est faite à partir des propriétés dynamiques de base. Les routes vers le chaos de ce hacheur sont présentées aux moyens des simulations. Le paragraphe 4 est consacré à l’étude du comportement chaotique du hacheur cinq cellules. Des conclusions sont données dans le paragraphe 5.

3.2 Principe de base d’un convertisseur multicellulaire série

Il est nécessaire lors d’une association en série de composants semi - conducteurs, d’assurer une répartition équilibrée de la tension d’alimentation sur les différents interrupteurs. De façon imagée et simple, si nous considérons deux interrupteurs de tenue en tension $\frac{E}{2}$ à la place d’un seul capable de supporter une tension E , il est nécessaire de faire en sorte que la tension appliquée sur ces interrupteurs soit équilibrée à $\frac{E}{2}$. Une solution consiste à insérer une source de tension flottante comme indiqué sur la figure 3.1.

Si la source de tension flottante délivre une tension égale à $\frac{E}{2}$ alors la répartition est équilibrée. En effet,

$$\begin{cases} v_{cell1} &= \frac{E}{2}, \\ v_{cell2} &= (E - \frac{E}{2}) = \frac{E}{2} \end{cases}$$

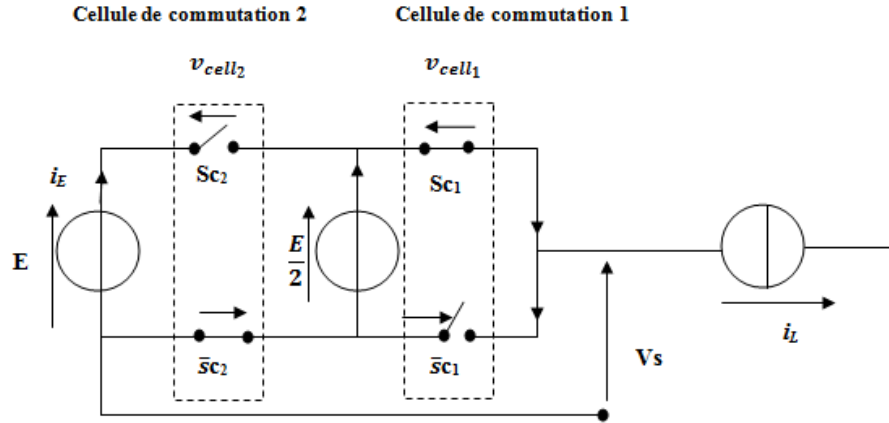


FIGURE 3.1 – Bras de convertisseur multicellulaire à deux cellules de commutation

il est intéressant de constater que l'état des interrupteurs d'une cellule de commutation n'a aucune répercussion sur les contraintes appliquées aux interrupteurs de l'autre cellule, les deux cellules peuvent donc être considérées comme indépendantes. Ce type de convertisseur est facilement généralisable à p cellules imbriquées : les p cellules de commutation sont indépendantes les unes des autres. On dit alors que le convertisseur est de p cellules. Chaque cellule est constituée de deux interrupteurs et une source de tension. Les interrupteurs fonctionnent en complémentaire, quand l'un est passant l'autre est bloqué. L'état discret de chaque cellule i est représenté par sc_i et aura la valeur 1 quand l'interrupteur du haut est fermé et 0 quand cet interrupteur est ouvert. De même la tension de sortie sera désignée par V_s . La commande par les sc_i donne 2^p configurations différentes avec p le nombre de cellule, et le nombre de niveaux de tension de sortie, en régime permanent, est égal à $p + 1$.

3.3 Étude des comportements chaotiques du convertisseur à deux cellules

Dans ce paragraphe un hacheur à deux cellules de commutation commandé par MLI associé à une charge non linéaire non strictement dissipative sera étudié. Ses propriétés dynamiques de base seront étudiées au moyen de la théorie de la dynamique non linéaire, de la simulation numérique, de la section de Poincaré, de l'application du premier retour, du diagramme de bifurcation, de la représentation spectrale et de la route vers le chaos. Les simulations sont faites sous Matlab /Simulink et les paramètres du système sont les suivants : $E = 100V$, $L = 50mH$, $R = 10\Omega$,

$$C = 0.1\mu F, \quad C_L = 40\mu F.$$

3.3.1 Modélisation du convertisseur

La modélisation de notre convertisseur (figure 3.3) passe par l'analyse des différentes séquences de fonctionnement que nous supposons de durées fixes. Une charge passive en série avec une charge non linéaire non strictement dissipative compose la charge considérée. En outre, la charge non linéaire est en parallèle avec un condensateur afin de "garder à l'esprit"¹ les propriétés non linéaires. Il apparaît quatre séquences de fonctionnement selon l'état des interrupteurs (figure 3.4). Nous pouvons représenter le convertisseur par le système d'équations différentielles suivant :

$$\begin{cases} L \frac{di_L}{dt} = (sc_2 - sc_1)v_C - v_{C_L} - Ri_L + sc_2E \\ C \frac{dv_C}{dt} = (sc_2 - sc_1)i_L \\ C_L \frac{dv_{C_L}}{dt} = i_L - g(v_{C_L}) \end{cases} \quad (3.1)$$

avec $g(v_{C_L}) = G_b v_{C_L} + \frac{1}{2}(G_a - G_b)(|v_{C_L} + B_p| - |v_{C_L} - B_p|)$ qui est une représentation mathématique de la courbe caractéristique de la charge non linéaire. (figure 3.2).

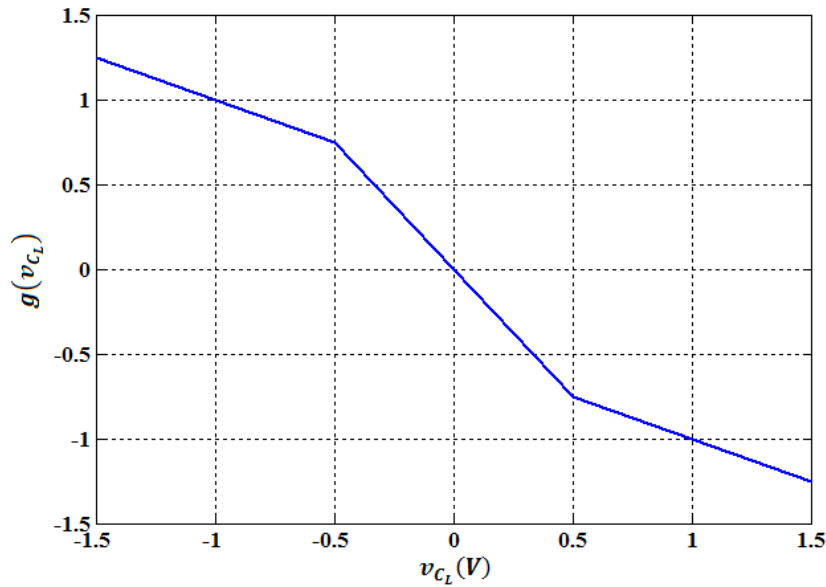


FIGURE 3.2 – Graphe de la charge non linéaire

1. Ici, nous souhaitons que la non linéarité influence directement une variable d'état physique. Ainsi la tension aux bornes du condensateur de la charge représente l'intégralité de la non linéarité

Paramètres :

- E Tension d'entrée ;
- i_L Courant dans l'inductance ;
- C Condensateur ;
- L Inductance de lissage ;
- R Résistance liée à l'inductance ;
- C_L Condensateur liée à la charge.

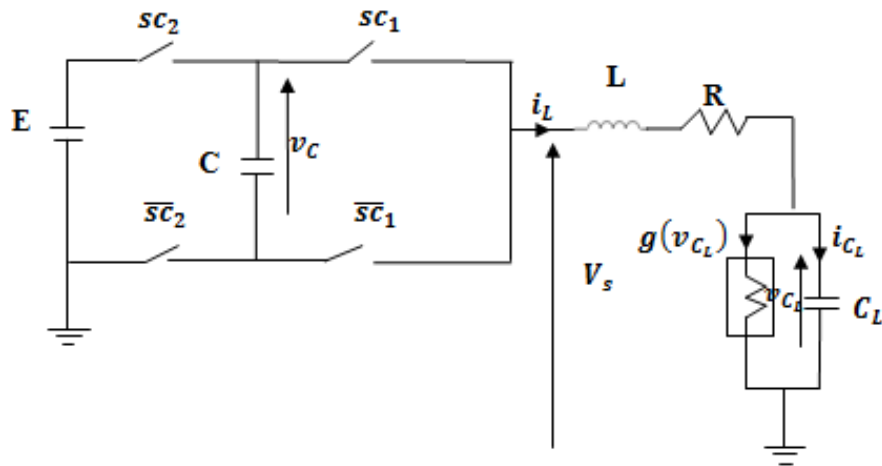


FIGURE 3.3 – Hacheur à deux cellules associé à une charge non linéaire

Ci - dessous les quatres configurations (figure 3.4) possibles avec :

- a) - $V_s = E$ quand $sc_1 = sc_2 = 1$
- b) - $V_s = v_C$ quand $sc_1 = 1$ et $sc_2 = 0$
- c) - $V_s = E - v_C$ quand $sc_1 = 0$ et $sc_2 = 1$
- d) - $V_s = 0$ quand $sc_1 = sc_2 = 0$

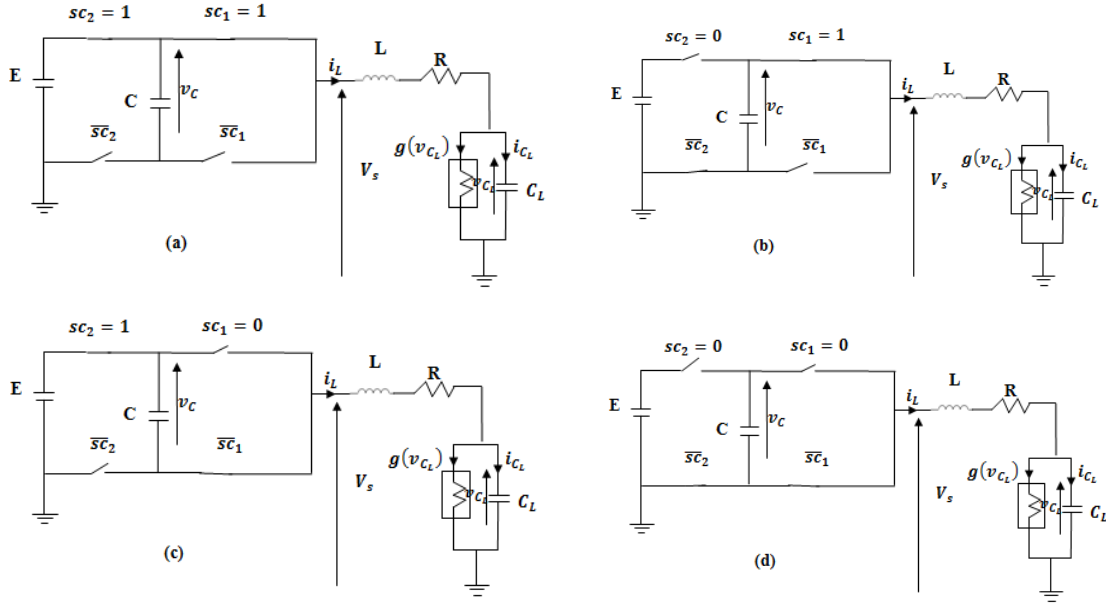


FIGURE 3.4 – Les configurations possibles d'un hacheur à deux cellules associé à une charge non linéaire

3.3.2 Propriétés dynamiques

3.3.2.1. Équilibre

L'équilibre du système s'obtient en résolvant les équations algébriques suivantes simultanément.

$$\begin{cases} L \frac{di_L}{dt} = (sc_2 - sc_1)v_C - v_{CL} - Ri_L + sc_2E = 0 \\ C \frac{dv_C}{dt} = (sc_2 - sc_1)i_L = 0 \\ C_L \frac{dv_{CL}}{dt} = i_L - g(v_{CL}) = 0 \end{cases} \quad (3.2)$$

Posons :

$$v_C = x_2 B_p, \quad v_{CL} = x_3 B_p, \quad i_L = x_1 G B_p, \quad G = \frac{1}{R}, \quad t = \frac{C}{G} \tau$$

l'équation normalisée devient :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \beta(\varepsilon x_2 - x_3 - \kappa x_1) + \alpha sc_2 \\ \dot{x}_2 = \varepsilon x_1 \\ \dot{x}_3 = p(x_1 - g(x_3)) \end{cases} \quad (3.3)$$

où $\varepsilon = sc_2 - sc_1$, $p = \frac{C}{C_l}$, $\beta = \frac{C}{LG^2}$, $\kappa = RG$, $\alpha = \frac{\beta E}{B_p}$.

ce qui donne $g(x_3) = bx_3 + 0.5(a - b)[|x_3 + 1| - |x_3 - 1|]$

$$g(x_3) = \begin{cases} bx_3 + a - b & \text{si } x_3 > 1 \\ ax_3 & \text{si } |x_3| \leq 1 \\ bx_3 - a + b & \text{si } x_3 < -1 \end{cases}$$

avec $a = \frac{G_a}{G}$, $b = \frac{G_b}{G}$.

Maintenant la dynamique de l'équation (3.3) et par conséquent celle de l'équation (3.1) dépends de ε , p , β , κ , a , b et α . En utilisant les paramètres du circuit, nous avons : $p = 25.10^{-4}$, $\beta = 2.10^{-4}$, $\alpha = 2.10^{-2}$, $a = -15$, $b = 5$, $\kappa = 1$. Nous déterminons l'équilibre dans ce qui suit les différents cas possibles.

Cas 1 $\varepsilon = 1$, *i.e.*, $sc_1 = 0$, $sc_2 = 1$

Le système devient :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 &= \beta(-\kappa x_1 + x_2 - x_3) + \alpha \\ \dot{x}_2 &= x_1 \\ \dot{x}_3 &= p(x_1 - g(x_3)) \end{cases} \quad (3.4)$$

Quand $x_3 > 1$; nous avons :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 &= \beta(-\kappa x_1 + x_2 - x_3) + \alpha \\ \dot{x}_2 &= x_1 \\ \dot{x}_3 &= p(x_1 - bx_3 - a + b) \end{cases} \quad (3.5)$$

Après résolutions, nous obtenons le point d'équilibre suivant :

$$x_{e1} = (0; \frac{b-a}{b} - \frac{\alpha}{\beta}; \frac{b-a}{b}) = (0; -96; 4)$$

Quand $|x_3| \leq 1$; nous avons :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 &= \beta(-\kappa x_1 + x_2 - x_3) + \alpha \\ \dot{x}_2 &= x_1 \\ \dot{x}_3 &= p(x_1 - ax_3) \end{cases} \quad (3.6)$$

Nous obtenons : $x_{e2} = (0; \frac{-\alpha}{\beta}; 0) = (0; -100; 0)$

Quand $x_3 < -1$; nous avons :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 &= \beta(-\kappa x_1 + x_2 - x_3) + \alpha \\ \dot{x}_2 &= x_1 \\ \dot{x}_3 &= p(x_1 - bx_3 + a - b) \end{cases} \quad (3.7)$$

Le point d'équilibre est : $x_{e3} = (0; \frac{a-b}{b} - \frac{\alpha}{\beta}; \frac{a-b}{b}) = (0; -104; -4)$

Cas 2 $\varepsilon = -1$, *i.e.*, $sc_1 = 1$, $sc_2 = 0$

Le système devient :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 &= \beta(-\kappa x_1 - x_2 - x_3) \\ \dot{x}_2 &= -x_1 \\ \dot{x}_3 &= p(x_1 - g(x_3)) \end{cases} \quad (3.8)$$

Quand $x_3 > 1$; nous avons :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 &= \beta(-\kappa x_1 - x_2 - x_3) \\ \dot{x}_2 &= -x_1 \\ \dot{x}_3 &= p(x_1 - bx_3 - a + b) \end{cases} \quad (3.9)$$

Nous obtenons : $x_{e11} = (0; \frac{a-b}{b}; \frac{-a+b}{b}) = (0; -4; 4)$

Quand $|x_3| \leq 1$; nous avons :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 &= \beta(-\kappa x_1 - x_2 - x_3) \\ \dot{x}_2 &= -x_1 \\ \dot{x}_3 &= p(x_1 - ax_3) \end{cases} \quad (3.10)$$

Nous obtenons : $x_{e21} = (0; 0; 0)$

Quand $x_3 < -1$; nous avons :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 &= \beta(-\kappa x_1 - x_2 - x_3) \\ \dot{x}_2 &= -x_1 \\ \dot{x}_3 &= p(x_1 - bx_3 + a - b) \end{cases} \quad (3.11)$$

Le point d'équilibre est : $x_{e31} = (0; \frac{-a+b}{b}; \frac{a-b}{b}) = (0; 4; -4)$

Cas 3 $\varepsilon = 0$

a) $sc_1 = sc_2 = 1$

Le système devient :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 &= \beta(-\kappa x_1 - x_3) + \alpha \\ \dot{x}_2 &= 0 \\ \dot{x}_3 &= p(x_1 - g(x_3)) \end{cases} \quad (3.12)$$

Quand $x_3 > 1$; nous avons le système :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 &= \beta(-\kappa x_1 - x_3) + \alpha \\ \dot{x}_2 &= 0 \\ \dot{x}_3 &= p(x_1 - bx_3 - a + b) \end{cases} \quad (3.13)$$

Le point d'équilibre est : $x_{e12} = (\frac{a+(\frac{\alpha}{\beta}-1)b}{1+b\kappa}; x_2; \frac{\kappa(-a+b)+\frac{\alpha}{\beta}}{1+b\kappa}) = (80; x_2; 20)$

Quand $|x_3| \leq 1$; nous avons :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 &= \beta(-\kappa x_1 - x_3) + \alpha \\ \dot{x}_2 &= 0 \\ \dot{x}_3 &= p(x_1 - ax_3) \end{cases} \quad (3.14)$$

Nous obtenons : $x_{e22} = (\frac{a\frac{\alpha}{\beta}}{1+a\kappa}; x_2; \frac{\frac{\alpha}{\beta}}{1+a\kappa}) = (\frac{750}{7}; x_2; -\frac{50}{7})$ qui n'est pas dans l'inter-

valle indiqué, donc il n'y a pas de point d'équilibre c'est - à - dire le système ne peut

être à l'équilibre.

Quand $x_3 < -1$; nous avons le système :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 &= \beta(-\kappa x_1 - x_3) + \alpha \\ \dot{x}_2 &= 0 \\ \dot{x}_3 &= p(x_1 - bx_3 + a - b) \end{cases} \quad (3.15)$$

Nous obtenons : $x_{e32} = (\frac{-a+(1+\frac{\alpha}{\beta}b}{1+b\kappa}; x_2; \frac{\kappa(a-b)+\frac{\alpha}{\beta}}{1+b\kappa}) = (\frac{260}{3}; x_2; \frac{40}{3})$ qui n'est pas dans

l'intervalle indiqué, donc il n'y a pas de point d'équilibre dans cet intervalle c'est - à - dire le système ne peut être à l'équilibre.

b) $sc_1 = sc_2 = 0$

Le système devient :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 &= \beta(-\kappa x_1 - x_3) \\ \dot{x}_2 &= 0 \\ \dot{x}_3 &= p(x_1 - g(x_3)) \end{cases} \quad (3.16)$$

Quand $x_3 > 1$; nous avons le système :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 &= \beta(-\kappa x_1 - x_3) + \alpha \\ \dot{x}_2 &= 0 \\ \dot{x}_3 &= p(x_1 - bx_3 - a + b) \end{cases} \quad (3.17)$$

Le point d'équilibre est : $x_{e13} = (\frac{a-b}{1+b\kappa}; x_2; \frac{-\kappa(a-b)}{1+b\kappa}) = (\frac{10}{3}; x_2; \frac{10}{3})$

Quand $|x_3| \leq 1$; nous avons le système :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 &= \beta(-\kappa x_1 - x_3) \\ \dot{x}_2 &= 0 \\ \dot{x}_3 &= p(x_1 - ax_3) \end{cases} \quad (3.18)$$

Nous obtenons : $x_{e23} = (0; x_2; 0)$

Quand $x_3 < -1$; nous avons le système :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \beta(-\kappa x_1 - x_3) \\ \dot{x}_2 = 0 \\ \dot{x}_3 = p(x_1 - bx_3 + a - b) \end{cases} \quad (3.19)$$

Le point d'équilibre est : $x_{e33} = (\frac{-a+b}{1+b\kappa}; x_2; \frac{-\kappa(-a+b)}{1+b\kappa}) = (\frac{10}{3}; x_2; -\frac{10}{3})$

3.3.2.2. Stabilité

Étudions maintenant la stabilité des différents points d'équilibre.

1) Pour $x_3 > 1$, la matrice jacobienne est :

$$J = \begin{bmatrix} -\beta\kappa & \beta\varepsilon & -\beta \\ \varepsilon & 0 & 0 \\ p & 0 & -bp \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2.10^{-4} & 2.10^{-4}\varepsilon & -2.10^{-4} \\ \varepsilon & 0 & 0 \\ 25.10^{-4} & 0 & -125.10^{-4} \end{bmatrix}.$$

Les valeurs propres sont :

i. Si $\varepsilon = \pm 1$, nous avons $\lambda_1 = 0.0140$; $\lambda_2 = -0.0141$; $\lambda_3 = -0.0126$

Ici λ_1 est un nombre réel positif, λ_2 et λ_3 sont deux nombres réels négatifs. Par conséquent, les équilibres $x_{e1} = (0; -96; 4)$ et $x_{e11} = (0; -4; 4)$ sont des points selles. Ainsi, ces points d'équilibre sont instables, ce qui pourrait impliquer le chaos.

ii. Si $\varepsilon = 0$, nous avons $\lambda_1 = -0.0002$; $\lambda_2 = -0.0125$; $\lambda_3 = 0$

Donc $x_{e12} = (80; x_2; 20)$ et $x_{e13} = (-\frac{10}{3}; x_2; \frac{10}{3})$ sont des points d'équilibre stables au sens de Lyapunov pour tout x_2 . Le système converge vers ces points d'équilibre.

2) Pour $|x_3| \leq 1$, la matrice jacobienne est :

$$J = \begin{bmatrix} -\beta\kappa & \beta\varepsilon & -\beta \\ \varepsilon & 0 & 0 \\ p & 0 & -pa \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2.10^{-4} & 2.10^{-4}\varepsilon & -2.10^{-4} \\ \varepsilon & 0 & 0 \\ 25.10^{-4} & 0 & -375.10^{-4} \end{bmatrix}.$$

Trois valeurs caractéristiques de la matrice jacobéenne J peuvent être obtenues à partir de l'équation $|\lambda I - J| = 0$ suivant :

i. Si $\varepsilon = \pm 1$, nous avons $\lambda_1 = 0.0140$; $\lambda_2 = -0.0143$; $\lambda_3 = -0.0375$

Ici λ_1 est un nombre réel positif, λ_2 et λ_3 sont deux nombres réels négatifs. Par conséquent, les équilibres $x_{e2} = (0; -100; 0)$ et $x_{e21} = (0; 0; 0)$ sont des points selles. Ainsi, ces points d'équilibre sont instables.

ii. Si $\varepsilon = 0$, nous avons $\lambda_1 = -0.0002$; $\lambda_2 = -0.0375$; $\lambda_3 = 0$

$x_{e23} = (0; x_2; 0)$ est un point d'équilibre stable au sens de Lyapunov pour tout x_2 . Le système converge vers ce point d'équilibre.

3) Pour $x_3 < -1$, la matrice jacobienne est :

$$J = \begin{bmatrix} -\beta\kappa & \beta\varepsilon & -\beta \\ \varepsilon & 0 & 0 \\ p & 0 & -ba \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2.10^{-4} & 2.10^{-4}\varepsilon & -2.10^{-4} \\ \varepsilon & 0 & 0 \\ 25.10^{-4} & 0 & -125.10^{-4} \end{bmatrix}$$

Les valeurs propres sont :

i. Si $\varepsilon = \pm 1$, nous avons $\lambda_1 = 0.0140$; $\lambda_2 = -0.0141$; $\lambda_3 = -0.0126$

Ici λ_1 est un nombre réel positif, λ_2 et λ_3 sont deux nombres réels négatifs. Par conséquent, les points d'équilibres $x_{e3} = (0; -104; -4)$ et $x_{e31} = (0; 4; -4)$ sont des points selles. Ainsi, ces points d'équilibre sont instables.

ii. Si $\varepsilon = 0$, nous avons $\lambda_1 = -0.0002$; $\lambda_2 = -0.0125$; $\lambda_3 = 0$

$x_{e13} = (\frac{10}{3}; x_2; -\frac{10}{3})$ est un point d'équilibre stable au sens de Lyapunov pour tout x_2 . Le système converge vers ce point d'équilibre.

3.3.2.3. Récapitulatif des points d'équilibre et leur stabilité

Le tableau 3.1 ci - dessous illustre le comportement du système pour les différents points d'équilibre.

	$\kappa = 1, \quad sc_1 = 0, \quad sc_2 = 1$			$\kappa = -1, \quad sc_1 = 1, \quad sc_2 = 0$		
	$x_3 > 1$	$ x_3 \leq 1$	$x_3 < -1$	$x_3 > 1$	$ x_3 \leq 1$	$x_3 < -1$
Points d'équilibre	$(0; -96; 4)$	$(0; -100; 0)$	$(0; -104, -4)$	$(0; -4; 4)$	$(0; 0; 0)$	$(0; 4; -4)$
λ_1	0.0140	0.0140	0.0140	0.0140	0.0140	0.0140
λ_2	-0.0141	-0.0143	-0.0141	-0.0141	-0.0143	-0.0141
λ_3	-0.0126	-0.0375	-0.0126	-0.0126	-0.0375	-0.0126
Comportement du système	point selle équilibre instable	point selle équilibre instable	point selle équilibre instable	point selle équilibre instable	point selle équilibre instable	point selle équilibre instable

	$\kappa = 0, \quad sc_1 = 1, \quad sc_2 = 1$			$\kappa = 0, \quad sc_1 = 0, \quad sc_2 = 0$		
	$x_3 > 1$	$ x_3 \leq 1$	$x_3 < -1$	$x_3 > 1$	$ x_3 \leq 1$	$x_3 < -1$
Points d'équilibre	$(80; x_2; 20)$	-	-	$(-\frac{10}{3}; x_2; \frac{10}{3})$	$(0; x_2; 0)$	$(\frac{10}{3}; x_2; -\frac{10}{3})$
λ_1	-0.0002	-0.0002	-0.0002	-0.0002	-0.0002	-0.0002
λ_2	-0.0125	-0.0375	-0.0125	-0.0125	-0.0375	-0.0125
λ_3	0	0	0	0	0	0
Comportement du système	stable au sens de Lyapunov	-	-	stable au de Lyapunov	stable au sens de Lyapunov	stable au sens de Lyapunov

TABLE 3.1 – Récapitulatif des différents points d'équilibre et leurs stabilité

3.3.2.4. Symétrie et invariance

Nous pouvons voir l'invariance du système sous la transformation de coordonnées $(x_1, x_2, x_3) \rightarrow (x_1, -x_2, x_3)$. A noter également que, dans le plan (x_3, x_2) il y a symétrie autour de la valeur nominale de la tension du condensateur flottant qui est de 50V. Cette symétrie est représentée sur la figure 3.5.

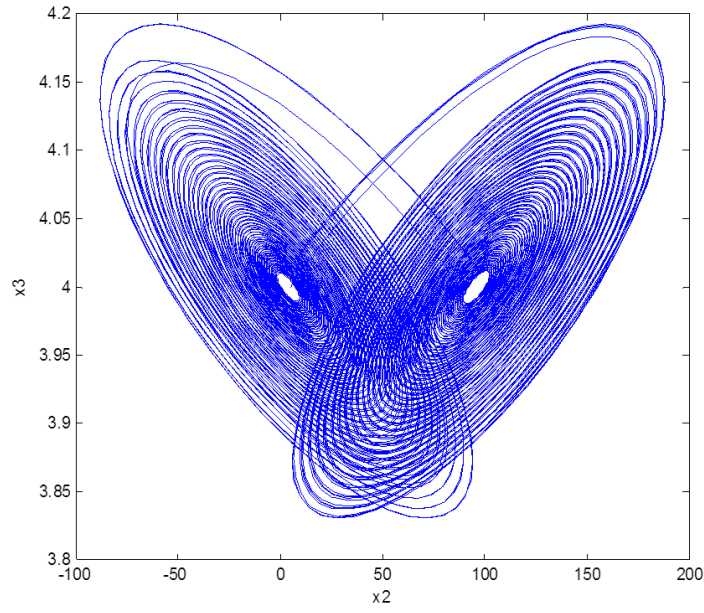


FIGURE 3.5 – Portrait de phase x_3 en fonction de x_2

3.3.2.5. Dissipativité

Le système (3.3) peut être écrit sous la forme des vecteurs

$$\dot{X} = F(X) = [f_1(X), f_2(X), f_3(X)]^T \quad (3.20)$$

où $X = [x_1(t), x_2(t), x_3(t)]^T$

La divergence du vecteur champ $F(X)$ est donnée par :

$$\text{div} F(X) = \frac{\partial f_1(X)}{\partial x_1} + \frac{\partial f_2(X)}{\partial x_2} + \frac{\partial f_3(X)}{\partial x_3} \quad (3.21)$$

La divergence de F mesure comment les volumes changent rapidement sous le flot

ϕ_t de F . Soit \mathcal{V} un volume de l'espace des phases et $\mathcal{V}(t) = \phi_t(\mathcal{V})$, l'image de \mathcal{V} par ϕ_t . Le théorème de Liouville ou théorème de la divergence affirme que :

$$\frac{d\mathcal{V}(t)}{dt} = \int_{\mathcal{V}(t)} (\text{div} F) dx_1 dx_2 dx_3 \quad (3.22)$$

Pour le système (3.3), nous avons :

$$\frac{d\mathcal{V}(t)}{dt} = \frac{\partial \dot{x}_1}{\partial x_1} + \frac{\partial \dot{x}_2}{\partial x_2} + \frac{\partial \dot{x}_3}{\partial x_3} = \begin{cases} -\beta\kappa - pb & \text{si } |x_3| > 1 \\ -\beta\kappa - pa & \text{si } |x_3| \leq 1 \end{cases} \quad (3.23)$$

Notons que $(-\beta\kappa - pb)$ est une valeur négative. Ainsi, les éléments de volume se contractent. Après une unité de temps, cette contraction réduit un volume \mathcal{V}_0 d'un facteur $e^{-(\beta\kappa+pb)t} = e^{-127.10^{-4}t}$. Ce qui signifie que chaque volume contenant la trajectoire de ce système dynamique converge vers zéro lorsque $t \rightarrow \infty$ à un rythme exponentiel $(\beta\kappa + pb)$. Par conséquent, toutes les orbites du système sont finalement limitées à un sous - ensemble spécifique ayant un volume zéro et le mouvement asymptotique s'installe sur un attracteur [3], [106], [107], [108], [109], [110].

3.3.2.7. Section de Poincaré

La section de Poincaré est souvent utilisée pour caractériser le chaos, et étudier la dynamique d'un système. Faire une section de Poincaré revient à couper la trajectoire d'un système dans l'espace des phases, afin d'étudier les intersections de cette trajectoire avec, par exemple en dimension trois, un plan [153]. On passe alors d'un système dynamique à temps continu à un système dynamique à temps discret. Lorsque la section de Poincaré est un point alors le système est dans un état périodique. La solution est quasi-périodique lorsque la section de Poincaré est une courbe fermée ou se compose de quelques points. Lorsque la section de Poincaré est un nuage de points on a un comportement chaotique.

Dans notre cas la section de Poincaré est calculée pour $|x_1| \leq 0.01$ lorsque la fréquence de commutation est de $20Hz$. De la figure 3.6, nous pouvons voir qu'il y a une symétrie autour de la tension nominale du condensateur $V_C = 50V$ [111], [112]. Nous voyons aussi une symétrie locale autour des tensions du condensateur flottant $0V$ et $100V$.

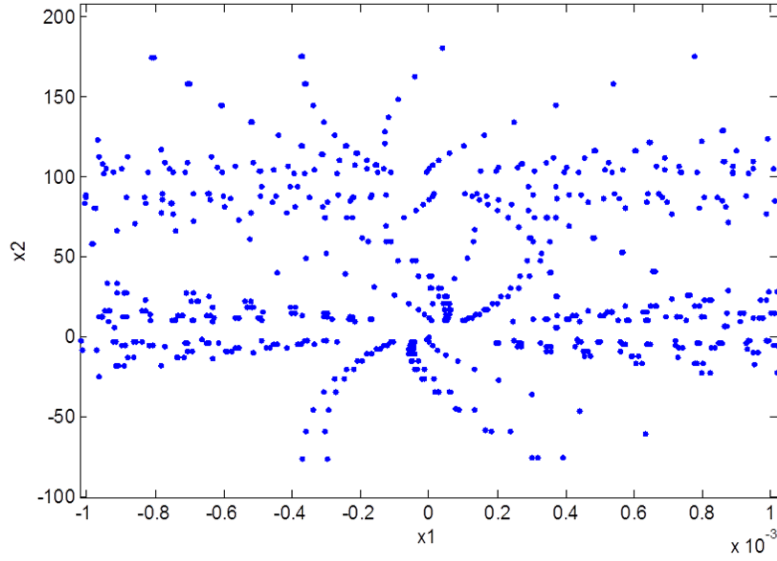


FIGURE 3.6 – La section de Poincaré du plan x_2 en fonction x_1

3.3.2.8. Application du premier retour

Un autre outil qui illustre la dynamique intéressante de l'attracteur du hacheur à deux cellules est l'application du premier retour de Poincaré. Considérons un système dynamique de dimension n . Soit ϕ_t le flot de ce système. On appelle section de Poincaré, une hypersurface Σ de dimension $n-1$ transverse au champ de vecteurs. Soit X_0 le point où le flot ϕ_t intersecte la section de Poincaré et soit X un point du voisinage de X_0 , l'application de Poincaré ou application du premier retour P est définie par :

$$P(X) = \phi_\tau(X)$$

où τ est le temps mis par le flot avec point initial X pour retourner à Σ pour la première fois. Dans notre cas, $\phi_t = [x_1, x_2, x_3]^T$. En prenant $x_{3_n} = x_3(t_n)$ comme la valeur de la $n^{\text{ième}}$ intersection de la trajectoire avec la section de Poincaré, on peut ainsi construire l'application de Poincaré comme la fonction reliant $x_{3_{n+1}}$ à x_{3_n} . Nous enregistrons alors la valeur de x_3 de la trajectoire quand elle traverse la section de Poincaré contre la valeur de x_3 de la prochaine fois que la trajectoire traverse la section. L'application de premier retour sur x_3 est représentée sur la

figure 3.7. Nous pouvons voir qu'il existe un point de pliage à chaque extrémité de la croix et évidemment la symétrie se produit [146], [113].

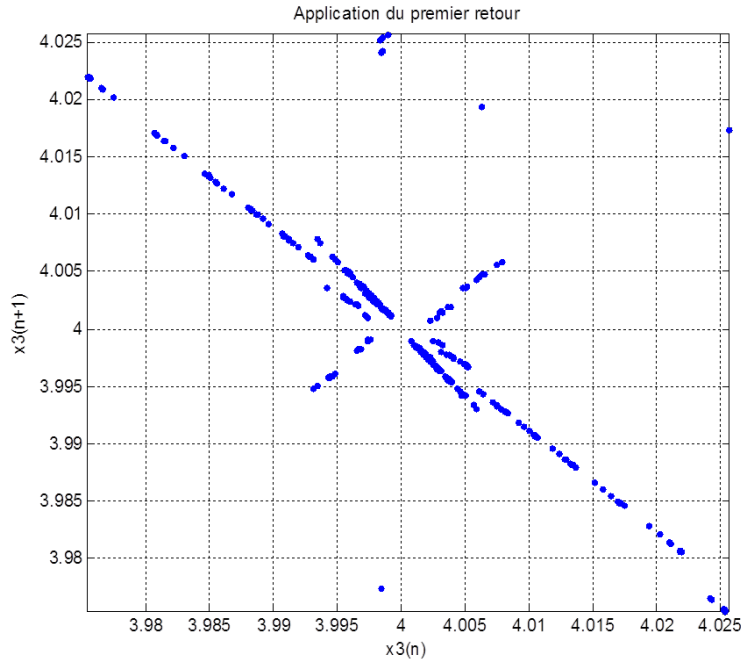


FIGURE 3.7 – Application du premier retour

3.3.2.9. Diagramme de bifurcation

De la figure 3.8, nous pouvons voir que le système est chaotique pour les basses fréquences de commutation. Lorsque la fréquence de commutation devient très grande, le comportement du système reste chaotique jusqu'à résonance, et le courant de charge atteint son maximum [114]. Lorsque la fréquence de commutation est supérieure à la fréquence de résonance $f_r = \frac{\sqrt{C+C_l}}{2\pi\sqrt{LC C_l}} = 2253.6Hz$, le comportement du système change de l'attracteur étrange à un point d'équilibre.

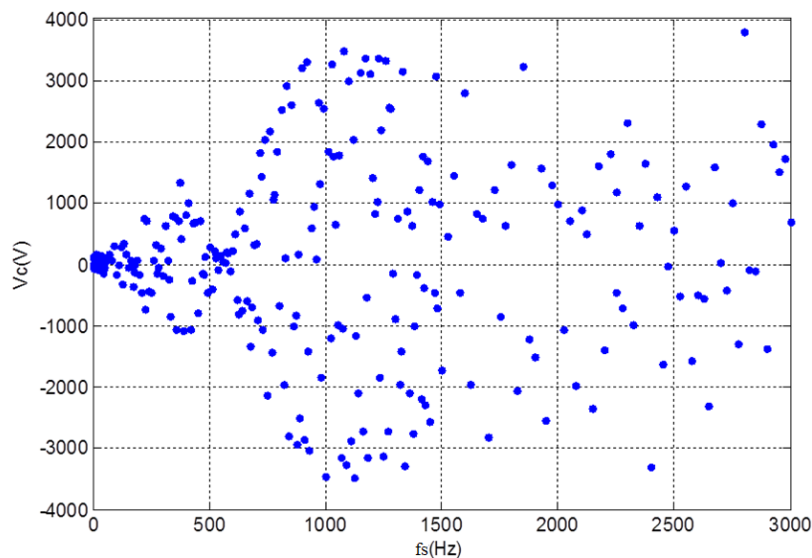


FIGURE 3.8 – Diagramme de bifurcation

3.3.2.10. Représentation spectrale

Lorsque le circuit est dans un état chaotique, le spectre de puissance se manifeste comme un spectre continu, qui contient un pic correspondant au mouvement périodique. Les résultats sont en bon accord avec l'analyse précédente, qui vérifie en outre l'exactitude des résultats obtenus par l'analyse théorique.

Le spectre du système non linéaire (3.3) est tracé pour une fréquence de commutation de $f_s = 20\text{Hz}$ et une fréquence d'échantillonnage de $20\,000\text{Hz}$; son spectre est continu comme le montre la figure 3.9. Nous pouvons dire d'après cette figure que le système présente un comportement chaotique.

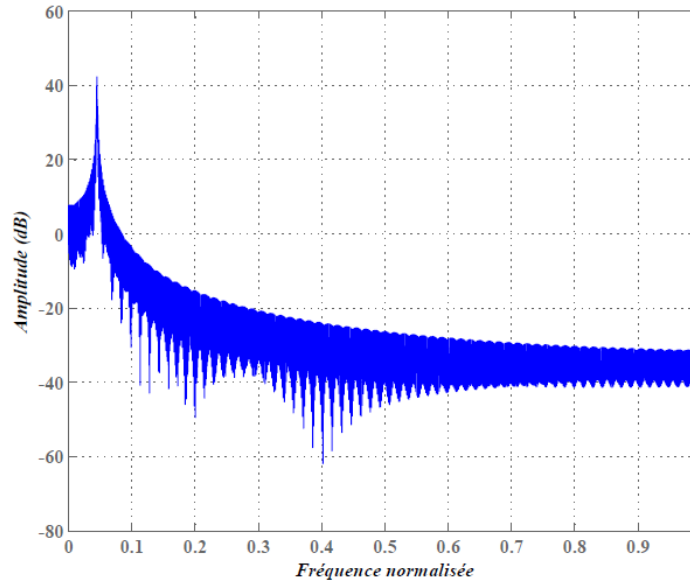


FIGURE 3.9 – Le spectre de puissance de x_1

Remarque : Exposants de Lyapunov

Les exposants de Lyapunov mesurent le taux de convergence ou de divergence de deux trajectoires initialement choisies très proches l'une de l'autre. En effet, une valeur strictement positive de cette quantité implique généralement l'existence du chaos si on est avec un système qui évolue dans un espace borné. Si l'exposant est négatif, les deux trajectoires tendent à se rapprocher avec une vitesse exponentielle dans cette direction. Si l'exposant est nul, l'évolution de la distance est gouvernée par des termes plus lents, de type polynomial. Si l'exposant est positif, les deux trajectoires tendent à s'éloigner avec une vitesse exponentielle dans cette direction. Les points fixes stables ont uniquement des exposants strictement négatifs.

Il est très difficile de calculer les exposants de Lyapunov pour les systèmes hybrides à commutations à cause de l'existence des commutations qui entraînent des discontinuités dans le système à résoudre. Même si nous pouvons connaître ces exposants pour chacune des configurations, aucune formule générale pour celles-ci n'a été démontrée. En ce qui nous concerne, nous avons calculé les exposants de Lyapunov pour chaque intervalle. Les résultats sont consignés dans le tableau ci-dessous.

	$x_3 > 1$		$x_3 < -1$		$ x_3 \leq 1$	
	$\varepsilon = \pm 1$	$\varepsilon = 0$	$\varepsilon = \pm 1$	$\varepsilon = 0$	$\varepsilon = \pm 1$	$\varepsilon = 0$
Exposants de Lyapunov	$L_{E_1} = 0.0318$	$L_{E_1} = -0.00014$	$L_{E_1} = 0.0318$	$L_{E_1} = -0.00014$	$L_{E_1} = 0.0318$	$L_{E_1} = 0.0239$
	$L_{E_2} = -0.0318$	$L_{E_2} = 0$	$L_{E_2} = -0.0318$	$L_{E_2} = 0$	$L_{E_2} = 0.0012$	$L_{E_2} = 0$
	$L_{E_3} = -0.0128$	$L_{E_3} = -0.0126$	$L_{E_3} = -0.0128$	$L_{E_3} = -0.0126$	$L_{E_3} = 0.0043$	$L_{E_3} = 0.0134$

TABLE 3.2 – Les exposants de Lyapunov du hacheur à deux cellules

Comme nous pouvons le constater (Table 3.2), lorsque $x_3 > 1$ et $x_3 < -1$, nous avons les mêmes exposants de Lyapunov. Pour $\varepsilon = \pm 1$ c'est-à-dire les configurations [01] et [10], nous avons un exposant positif $L_{E_1} = 0.0318$, ce qui signifie que le système est chaotique dans ces intervalles.

Pour les mêmes intervalles, lorsque $\varepsilon = 0$ c'est-à-dire les configurations [00] et [11], nous avons deux exposants négatifs et un exposant nul. L'exposant nul est lié de toute évidence à la nature critique entre l'expansion et la nature contractant de différentes directions dans l'espace des phases.

Lorsque $|x_3| \leq 1$, quelle que soit la configuration, les exposants de Lyapunov sont positifs, ce qui signifie que le volume initial de l'attracteur tend à remplir tout l'espace dans lequel il est immergé.

3.3.3 Routes vers le chaos

Les valeurs initiales du système sont choisies comme (054) et au début de la simulation on a $sc_1 = sc_2 = 0$. Les simulations numériques ont été réalisées sous Matlab /Simulink. Ce système non linéaire présente des comportements dynamiques chaotiques complexes et abondants, les attracteurs étranges sont présentés sur les figure 3.10 à 3.17. Les portraits de phase sont obtenus en résolvant les équations du système (3.3) par la méthode de Runge Kutta avec un pas de $10^{-6}s$.

Une des voies vers le chaos observée dans le hacheur multicellulaire étudié est le double scroll. Il est clair que l'attracteur double scroll a une structure tout à fait différente des attracteurs biens connus de Lorenz [115], Rössler [116] et diffère de celui de Chua [117] par le fait que les scrolls ne se coupent pas. Les scrolls de Chua sont aussi symétriques par rapport à l'origine, ce qui n'est pas le cas ici. Cette structure de double scroll n'a pas été observée avec ces derniers attracteurs. Pendant les changements de paramètres du système, l'état périodique devient instable en raison de la période de doublement de scroll. Entre $0.25Hz$ et $20Hz$, nous avons un double scroll centré autour des points d'équilibre. À $25Hz$ (figure 3.14), le second scroll tend à disparaître.

Lorsque la fréquence de commutation est grande, nous avons un seul scroll (figure 3.10). Pour $f_s = 250Hz$ et $f_s = 500Hz$, l'attracteur évolue dans les cycles limites ; ces cycles limites sont représentés sur la figure 3.12, et la figure 3.11.

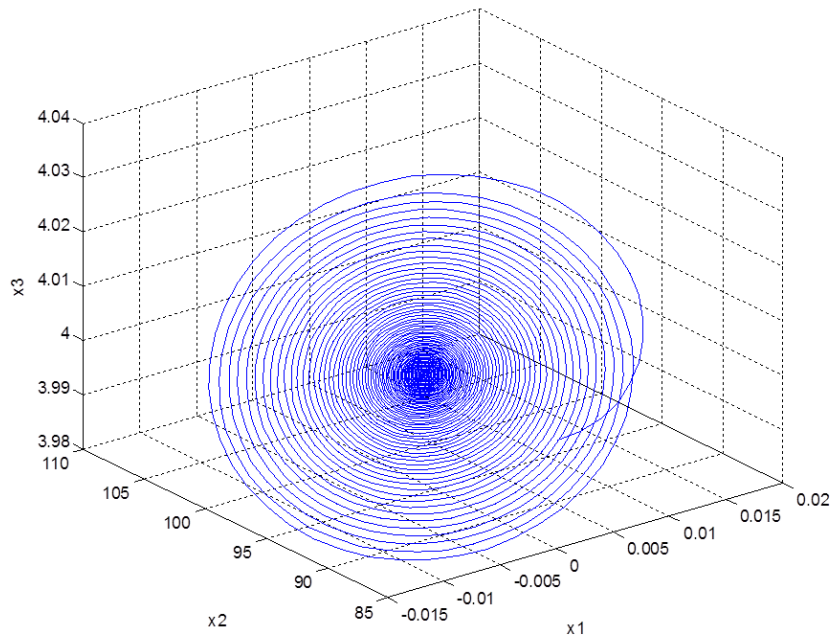


FIGURE 3.10 – Portrait de phase : $f_s = 50kHz$

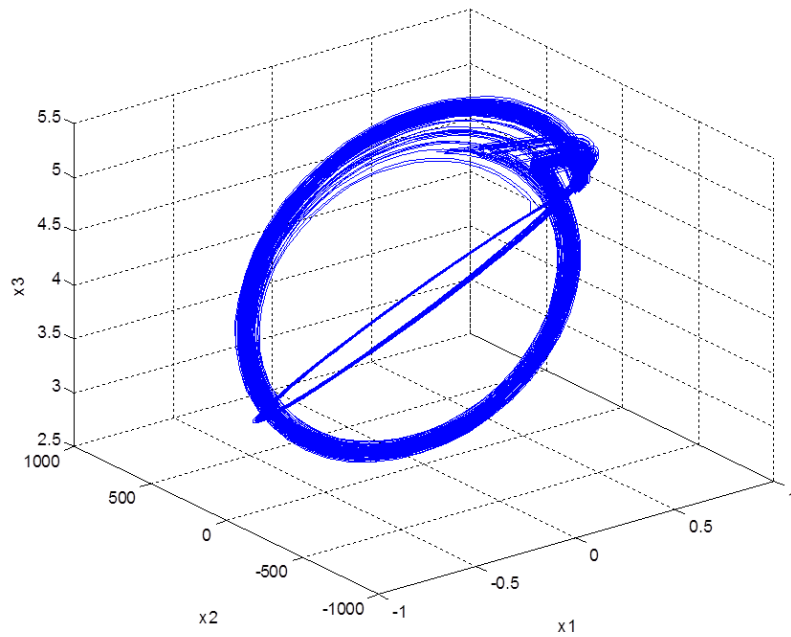
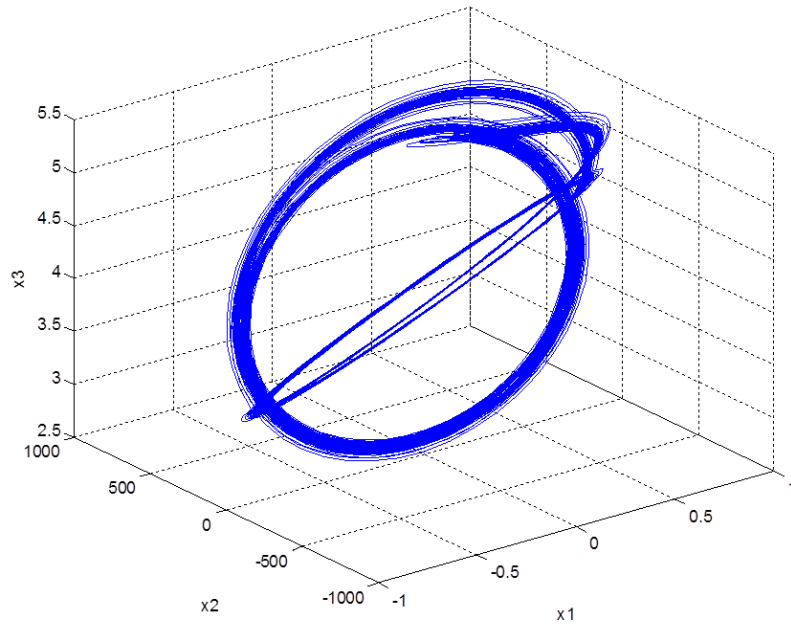
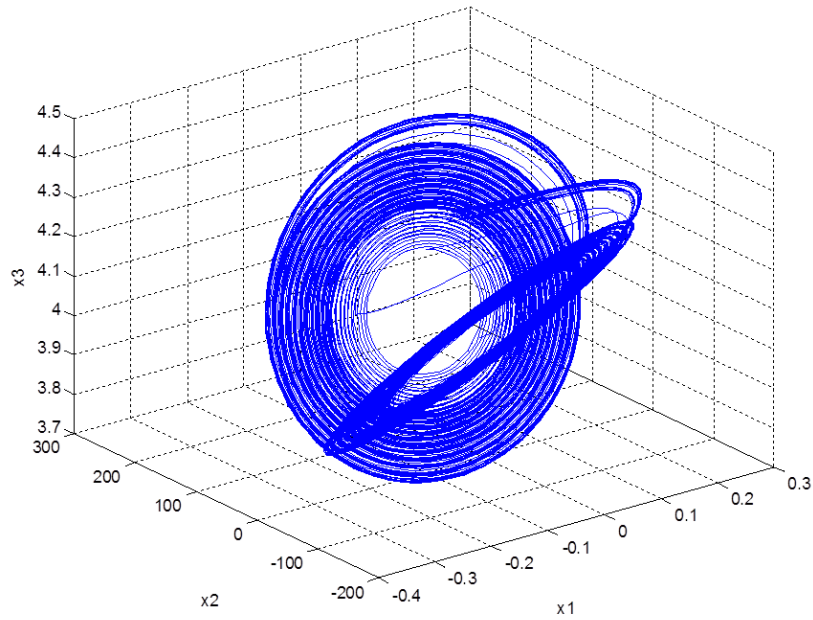


FIGURE 3.11 – Portrait de phase : $f_s = 500Hz$

FIGURE 3.12 – Portrait de phase : $f_s = 250Hz$ FIGURE 3.13 – Portrait de phase : $f_s = 50Hz$

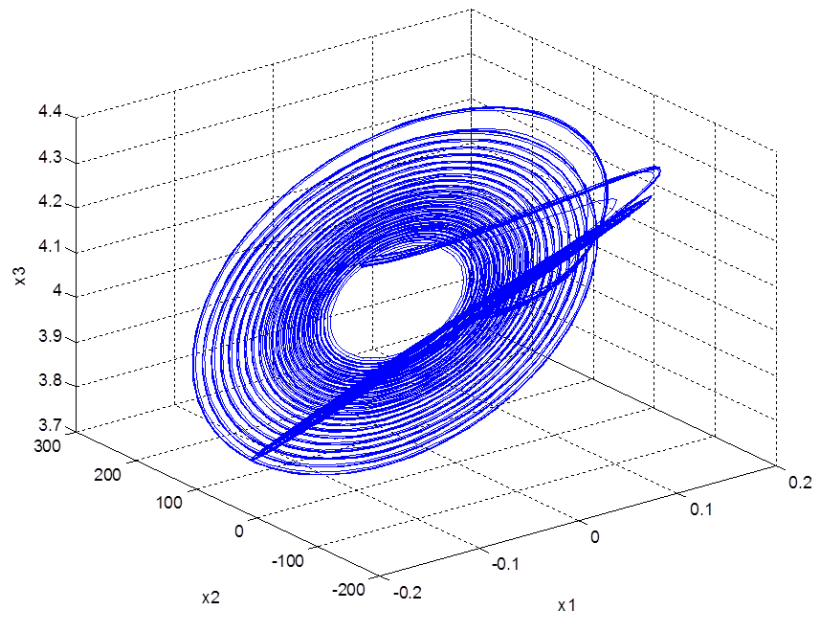


FIGURE 3.14 – Portrait de phase : $f_s = 25Hz$

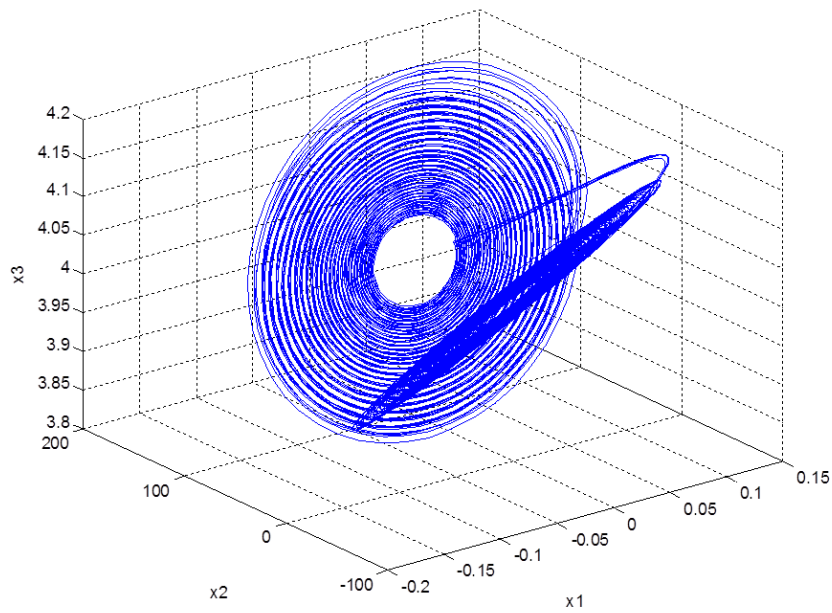
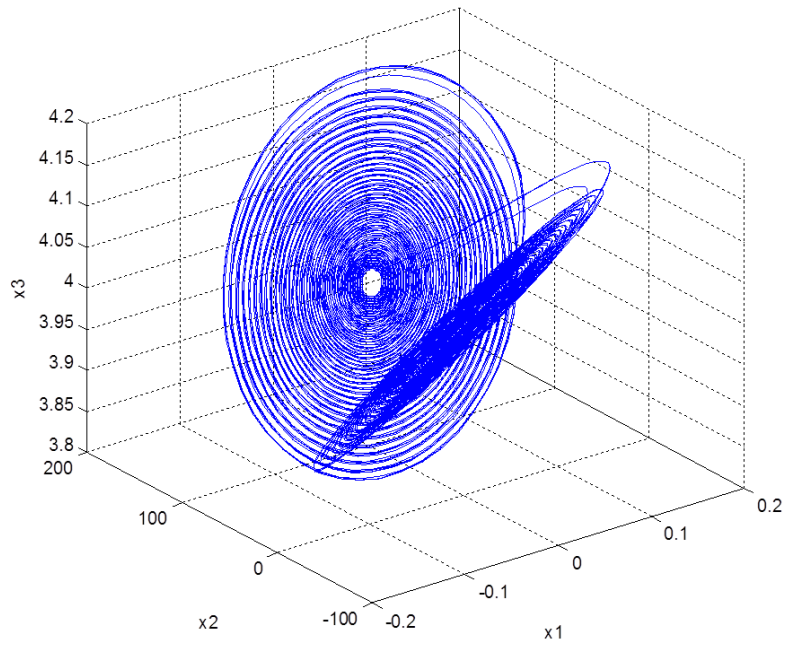
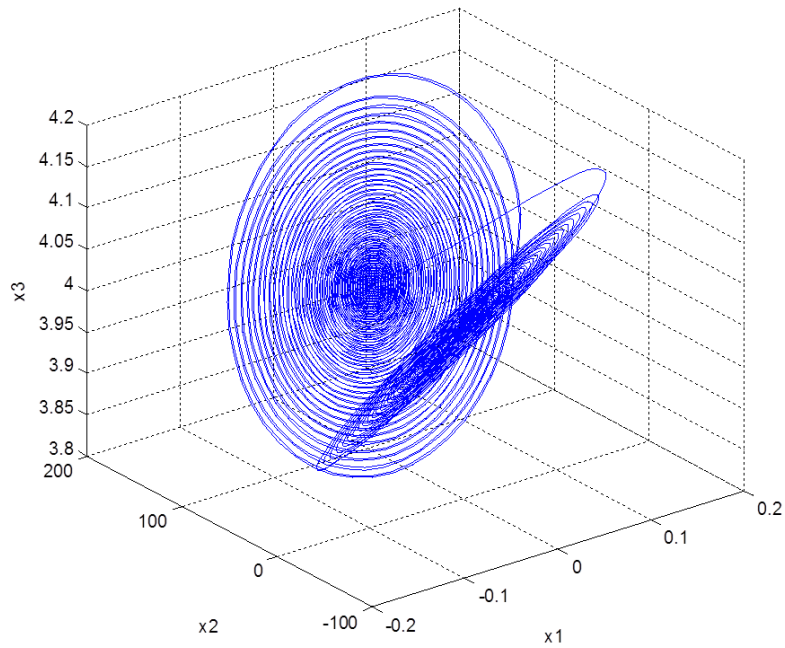


FIGURE 3.15 – Portrait de phase : $f_s = 20Hz$

FIGURE 3.16 – Portrait de phase : $f_s = 10Hz$ FIGURE 3.17 – Portrait de phase : $f_s = 1Hz$

La question qu'on se pose est : aurons - nous les mêmes phénomènes si nous avons un convertisseur à trois cellules, cinq ou plus. Pour répondre à cette interrogation, nous allons analyser les comportements du hacheur à cinq cellules lié à une charge non linéaire non strictement dissipative.

3.4 Étude des comportements chaotiques du convertisseur à cinq cellules

Afin de généraliser l'étude faite avec le hacheur à deux cellules de commutation nous présentons ci-dessous l'analyse des comportements d'un hacheur à cinq cellules associé à une charge non linéaire non strictement dissipative. Cette étude pouvant facilement s'étendre au cas de n cellules.

3.4.1 Modélisation

Le hacheur à cinq cellules de commutation associé à une charge non linéaire non strictement dissipative (Figure 3.18) est modélisé par le système d'équations différentielles ci-dessous qui est une généralisation du modèle du hacheur à deux cellules (3.1) :

$$\left\{ \begin{array}{l} L \frac{di_L}{dt} = (sc_2 - sc_1)v_{C_1} + (sc_3 - sc_2)v_{C_2} + (sc_4 - sc_3)v_{C_3} + (sc_5 - sc_4)v_{C_4} \\ \quad - v_{C_L} - Ri_L + sc_5 E \\ C_1 \frac{dv_{C_1}}{dt} = (sc_2 - sc_1)i_L \\ C_2 \frac{dv_{C_2}}{dt} = (sc_3 - sc_2)i_L \\ C_3 \frac{dv_{C_3}}{dt} = (sc_4 - sc_3)i_L \\ C_4 \frac{dv_{C_4}}{dt} = (sc_5 - sc_4)i_L \\ C_L \frac{dv_{C_L}}{dt} = i_L - g(v_{C_L}) \end{array} \right. \quad (3.24)$$

avec $g(v_{C_L}) = G_b v_{C_L} + \frac{1}{2}(G_a - G_b)(|v_{C_L} + B_p| - |v_{C_L} - B_p|)$

Il faut noter que le condensateur en parallèle avec la charge non linéaire augmente de 1 la dimension du système.

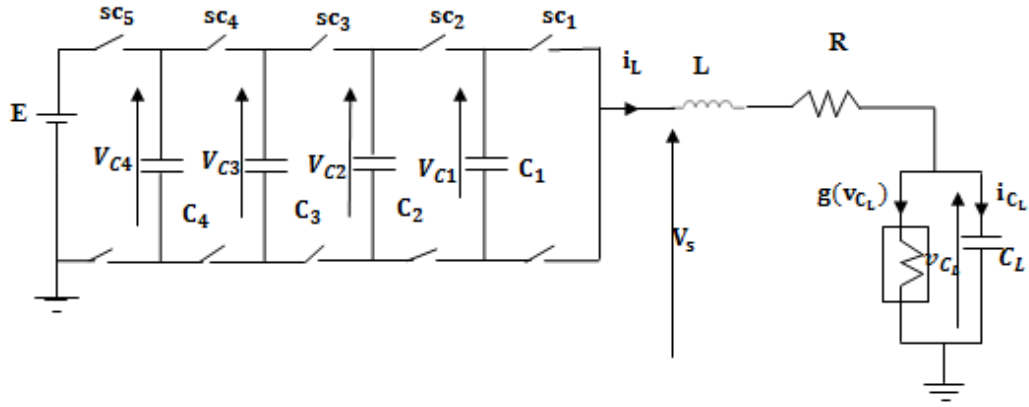


FIGURE 3.18 – Convertisseur à cinq cellules associé à une charge non linéaire

En procédant de la même façon qu'à la section 3, nous obtenons :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1 = \beta(-x_1 + \varepsilon_1 x_2 + \varepsilon_2 x_3 + \varepsilon_3 x_4 + \varepsilon_4 x_5 - x_6) + \alpha sc_5 \\ \dot{x}_2 = \varepsilon_1 x_1 \\ \dot{x}_3 = \varepsilon_2 x_1 \\ \dot{x}_4 = \varepsilon_3 x_1 \\ \dot{x}_5 = \varepsilon_4 x_1 \\ \dot{x}_6 = p(x_1 - g(x_6)) \end{array} \right. \quad (3.25)$$

avec $i_L = x_1 G B_p$, $v_{C_1} = x_2 B_p$, $v_{C_2} = x_3 B_p$, $v_{C_3} = x_4 B_p$, $v_{C_4} = x_5 B_p$,

$v_{C_L} = x_6 B_p$, $G = \frac{1}{R}$, $t = \frac{C}{G} \tau$, $\varepsilon_1 = sc_2 - sc_1$, $\varepsilon_2 = sc_3 - sc_2$, $\varepsilon_3 = sc_4 - sc_3$,

$\varepsilon_4 = sc_5 - sc_4$, $p = \frac{C}{C_l}$, $\beta = \frac{C}{LG^2}$, $\alpha = \frac{\beta E}{B_p}$.

3.4.2 Propriétés dynamiques

L'étude des propriétés dynamiques du hacheur à cinq cellules associé à une charge non linéaire non strictement dissipative est similaire à celle du hacheur à deux cellules de commutation. Nous allons présenter ici les résultats de simulation à savoir les sections de Poincaré, l'application de premier retour et la représentation spectrale. Afin de montrer la présence des comportements chaotiques dans le système, les portraits de phase en 3D sont présentés sur la figure 3.19

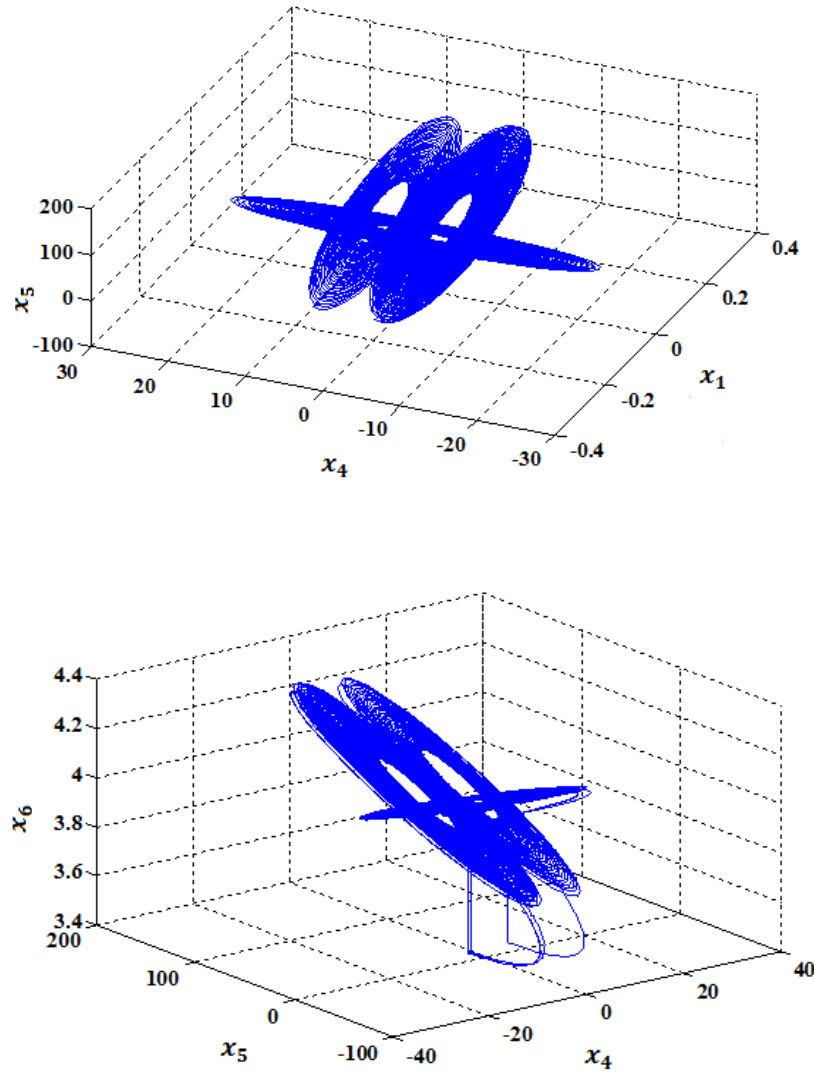


FIGURE 3.19 – Les portraits de phase

- **Sections de Poincaré**

Nous avons effectué une simulation sur un temps de calcul de $0.2s$ avec une condition initiale $x_0^T = (0.5 \ 5 \ 5 \ 5 \ 4)$. La MLI utilisée est la MLI intersective qui consiste à comparer la modulante (le signal sinusoïdal) à une porteuse triangulaire. Ceci nous a donné 12 264 points sur la section de Poincaré ainsi considérée. Les sections de Poincaré sont représentées sur la figure 3.20.

Afin de s'assurer que le comportement du système ne reste pas, après un transitoire, sur une partie de l'attracteur étrange, nous avons subdivisé les 12 264 itérations en quatre parties égales, ainsi nous constatons que nous avons la même topologie pour chaque quart de période de temps. Il est aussi à noter que le nombre d'ellipses pour la section de Poincaré x_2 en fonction de x_1 est de cinq tandis ceux des sections de Poincaré x_3 en fonction de x_1 et x_4 en fonction de x_1 sont respectivement trois et deux. Ceci nous laisse à penser que le nombre d'ellipses est fonction des combinaisons possibles entre le condensateur flottant et la source de tension. En regardant attentivement la section de Poincaré x_2 en fonction de x_1 , nous constatons qu'à un facteur d'échelle près, nous retrouvons le même comportement. Ceci est mis en évidence par le zoom effectué en figure 3.20 (b). Le même phénomène de facteur d'échelle est observé sur les deux autres sections (figures 3.20 (c), figure 3.20 (d), figure 3.20 (e) et figure 3.20 (f)).

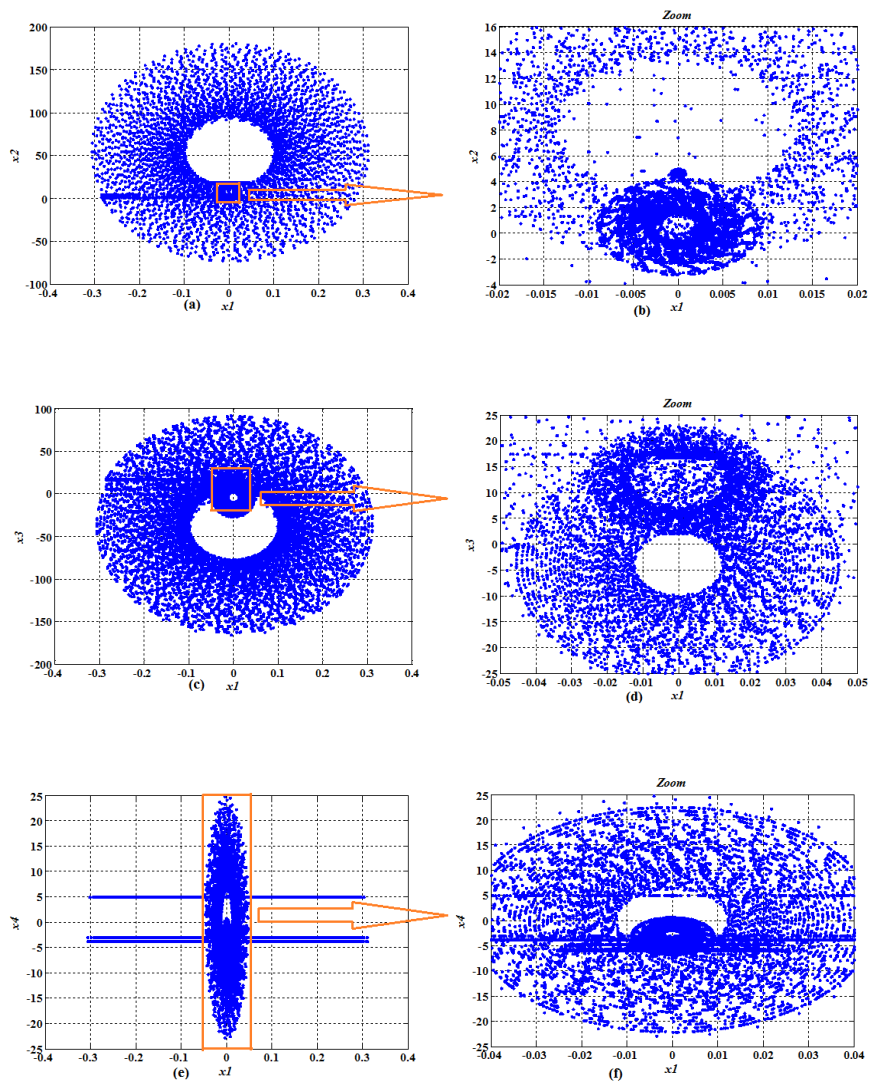


FIGURE 3.20 – Les sections de Poincaré; (a) : section x_2 en fonction de x_1 , (b) : zoom de la section $x_2 - x_1$; (c) : section x_3 en fonction de x_1 , (d) : zoom de la section $x_3 - x_1$; (e) : section x_4 en fonction de x_1 , (f) : zoom de la section $x_4 - x_1$

Cette remarque entre la complexité de la section de Poincaré et la place du condensateur flottant considéré, pose naturellement la question du lien entre la configuration des interrupteurs et les ellipses de la section de Poincaré. Nous rappelons que dans un circuit de k commutateurs, il y a 2^k états discrets possibles. Cependant dans la pratique, ces états discrets ne peuvent pas être tous exécutés. Quelques uns de ces états ne sont pas faisables à cause des caractéristiques physiques des commutateurs, tandis que d'autres sont interdits lors de la conception car ils seraient destructeurs, inutiles ou inadaptés à l'application. Dans notre cas, parce qu'il y a réduction du plan de \mathbb{R}^6 à \mathbb{R}^3 (voir figure 3.19) et de \mathbb{R}^3 à \mathbb{R}^2 , nous constatons que le hacheur à cinq cellules de commutation associé à une charge non linéaire non strictement dissipative ne peut prendre que cinq configurations de commutation possibles sur la section de Poincaré considérée (figure 3.21). Nous allons donc examiner uniquement les sections de Poincaré issues d'une de ces différentes configurations.

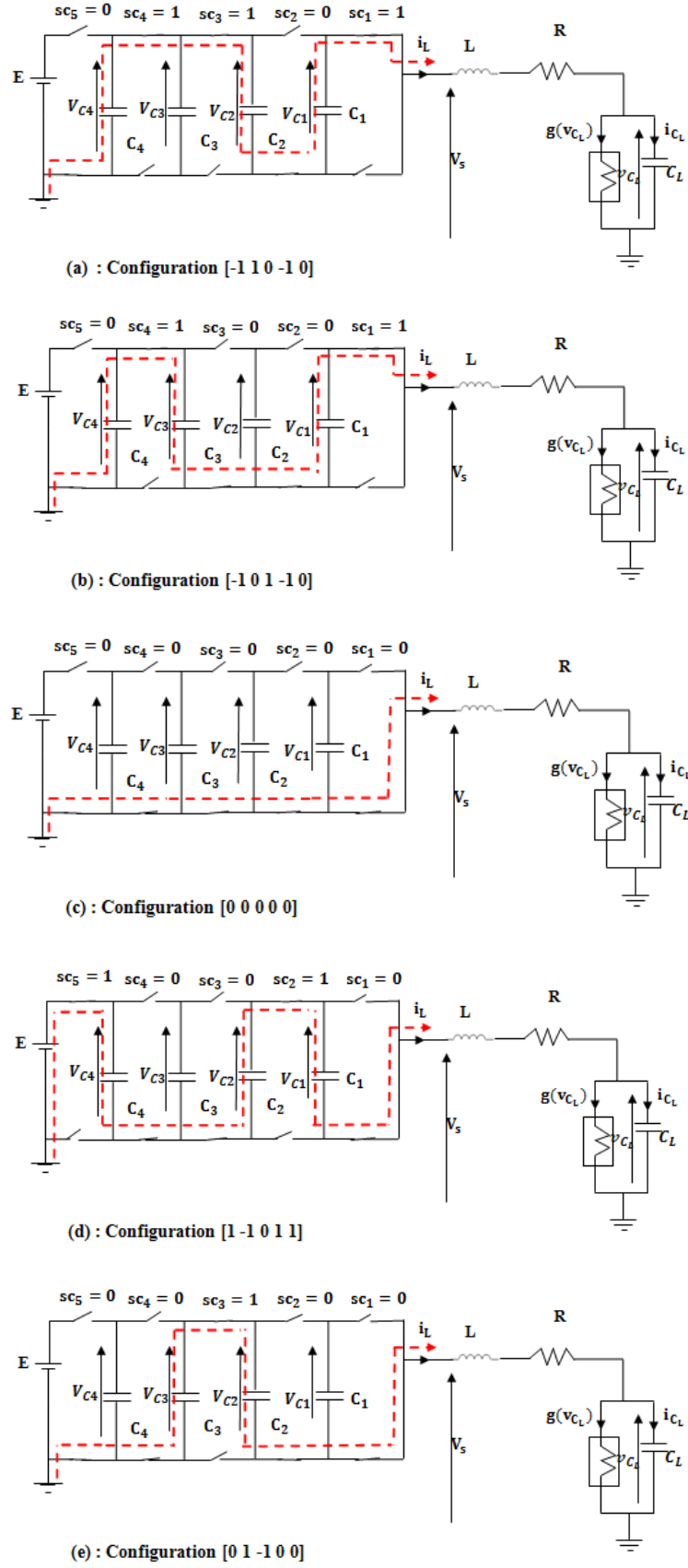


FIGURE 3.21 – Différentes configurations du hacheur à cinq cellules associé à une charge non linéaire

Considérons la configuration $[-1 \ 1 \ 0 \ -1 \ 0]$ (figure 3.21 (a)). Les sections de Poincaré de cette configuration sont représentées sur la figure 3.22. Nous nous apercevons que la section de Poincaré x_2 en fonction de x_1 (figure 3.22 (a)) nous donne trois ellipses de faibles dimensions. Comme nous l'avons noté sur la section de Poincaré complète, les sections de Poincaré x_3 en fonction de x_1 (deux ellipses) (figure 3.22 (b)) et x_4 en fonction de x_1 (une ellipse) (figure 3.22 (c)) ont moins d'ellipses. Ce qui est vérifié pour cette configuration.

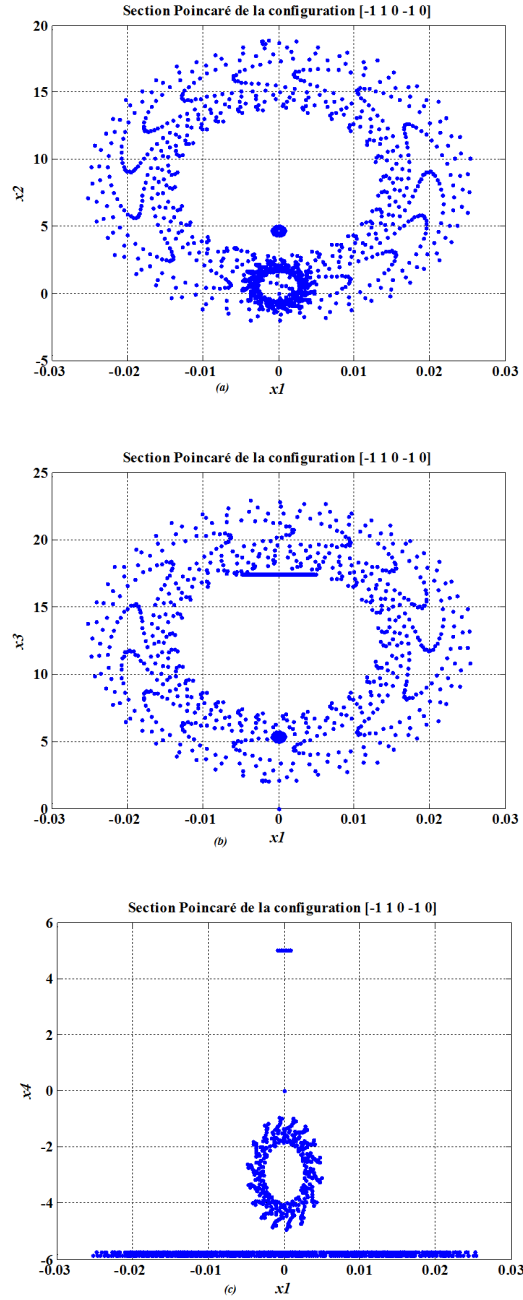


FIGURE 3.22 – Configuration $[-1 \ 1 \ 0 \ -1 \ 0]$: Les sections de Poincaré

Pour comprendre le comportement du convertisseur et s'assurer que le comportement chaotique est tributaire des commutations, nous allons dans ce qui suit examiner les dynamiques dans le cas où les différentes configurations de commutation sont fixes durant toute la simulation. Pour cela, nous faisons fonctionner le convertisseur avec une configuration de commutation donnée et traçons les portraits de phases en $3D$. Nous constatons immédiatement que le comportement chaotique a disparu (voir figures 3.23 et 3.24).

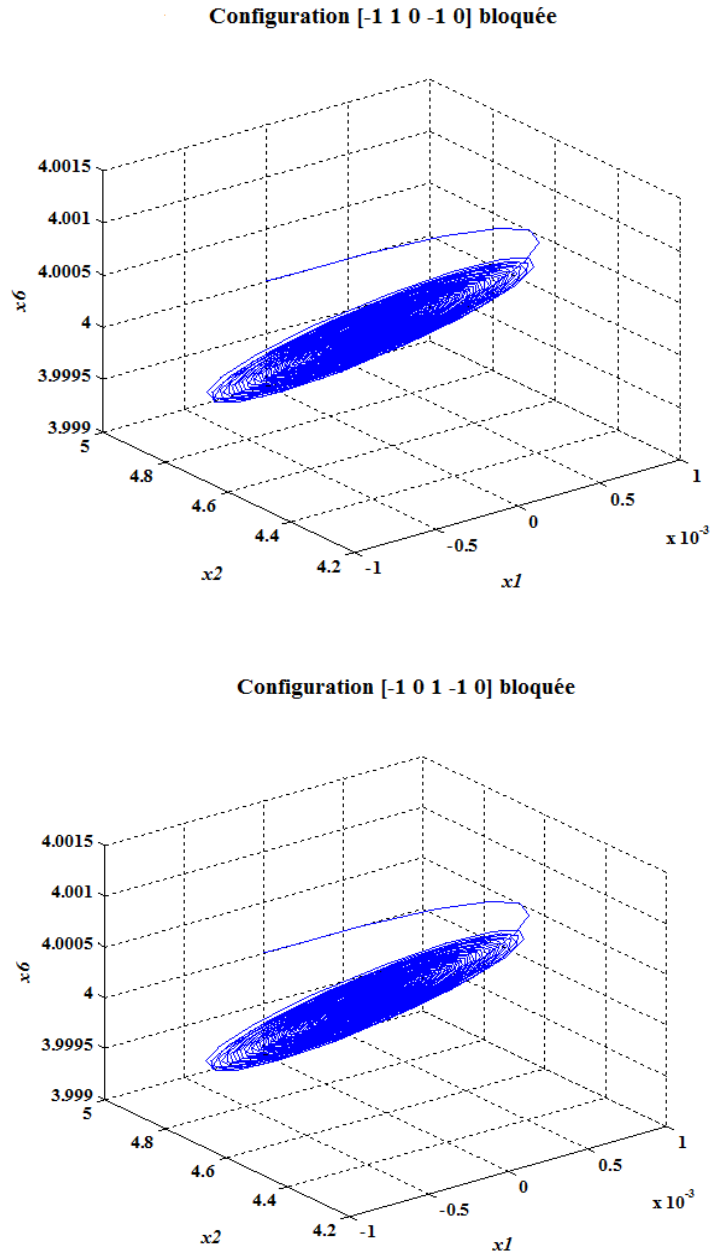


FIGURE 3.23 – Les portraits de phases des différentes configurations

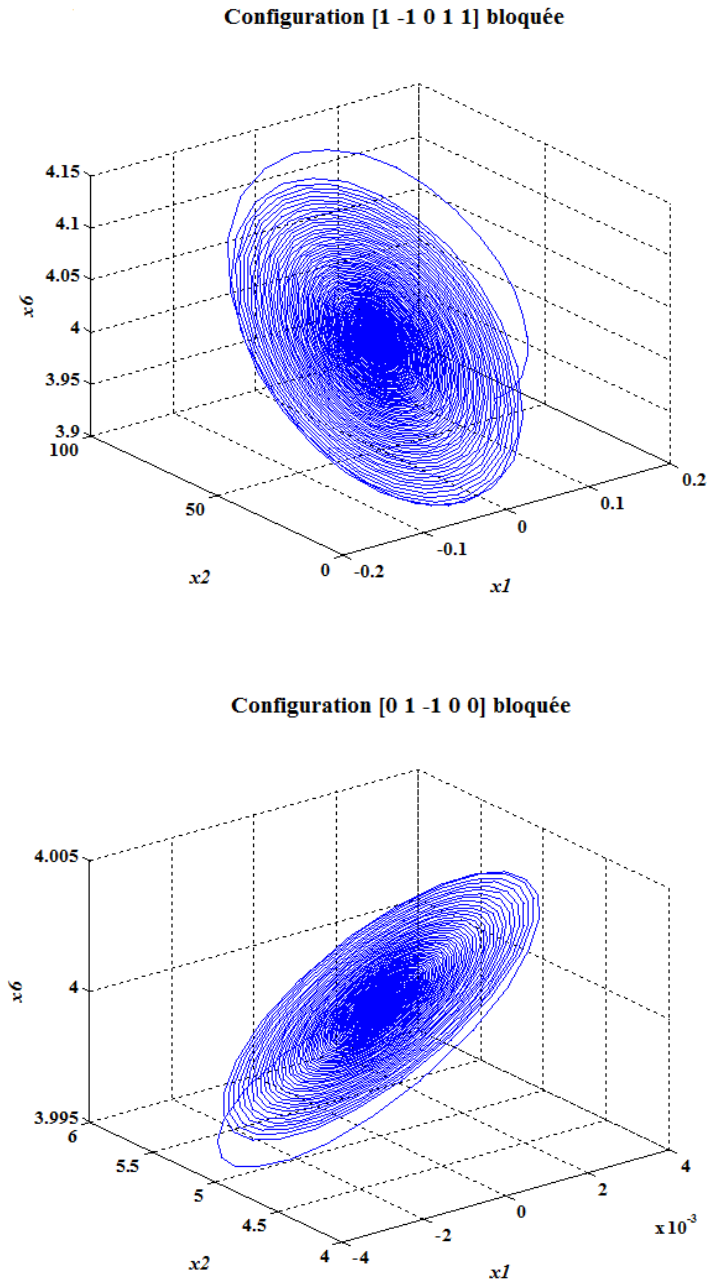


FIGURE 3.24 – Les portraits de phases des différentes configurations (suite et fin)

En conclusion des figures 3.23 et 3.24 nous pouvons dire qu'à configuration fixe le convertisseur tend vers un état d'équilibre stable. Ainsi ce sont les commutations qui sont à l'origine des comportements chaotiques.

- **Application du premier retour**

De l'application du premier retour sur la tension aux bornes du condensateur de la charge x_6 (figure 3.25 (a)), nous observons une croix . En faisant le zoom au niveau du point $x_{6_k} = 4$, et $x_{6_{k+1}} = 4$, nous constatons qu'il existe une ellipse et c'est autour de cette ellipse que partent les repliements qui sont au nombre de quatre. Nous constatons par exemple un repliement au voisinage de $x_{6_k} = 4.006$ et $x_{6_{k+1}} = 3.995$. De plus ces repliements sont symétriques par rapport au point $x_{6_k} = 4$, et $x_{6_{k+1}} = 4$. Par ailleurs l'application du premier retour sur le courant de la charge x_1 (figure 3.25 (b)) montre des ellipses suivant la diagonale, ce qui nous laisse penser à un chaos toroïdal [143], [144], [145].

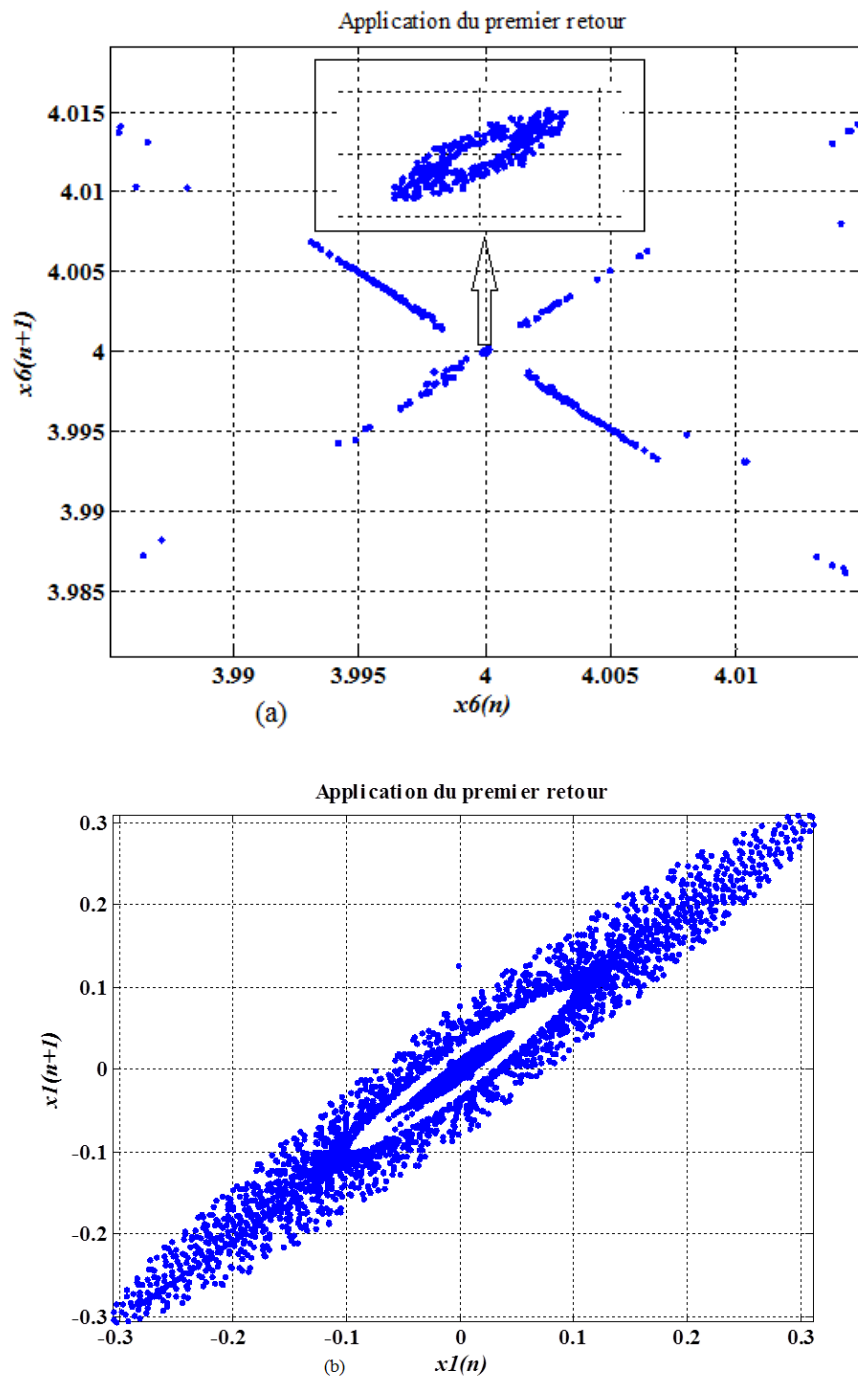


FIGURE 3.25 – Les applications du premier retour

- **Représentation spectrale**

Par analogie à celle du hacheur à deux cellules, la représentation spectrale des variables d'état (tensions aux bornes des condensateurs et courant de charge) du hacheur à cinq cellules de commutation lié à une charge non linéaire non strictement dissipative est continue. Ceci est un indicateur du caractère chaotique du système c'est - à - dire un spectre continu. Ci - dessous les spectres de la tension x_2 aux bornes du condensateur flottant C_1 (figure 3.26 (a)) et de la tension x_6 aux bornes du condensateur de la charge C_L (figure 3.26 (b)) pour les mêmes fréquences de commutation des interrupteurs que celui du hacheur à deux cellules (paragraphe 3.3.2.9.).

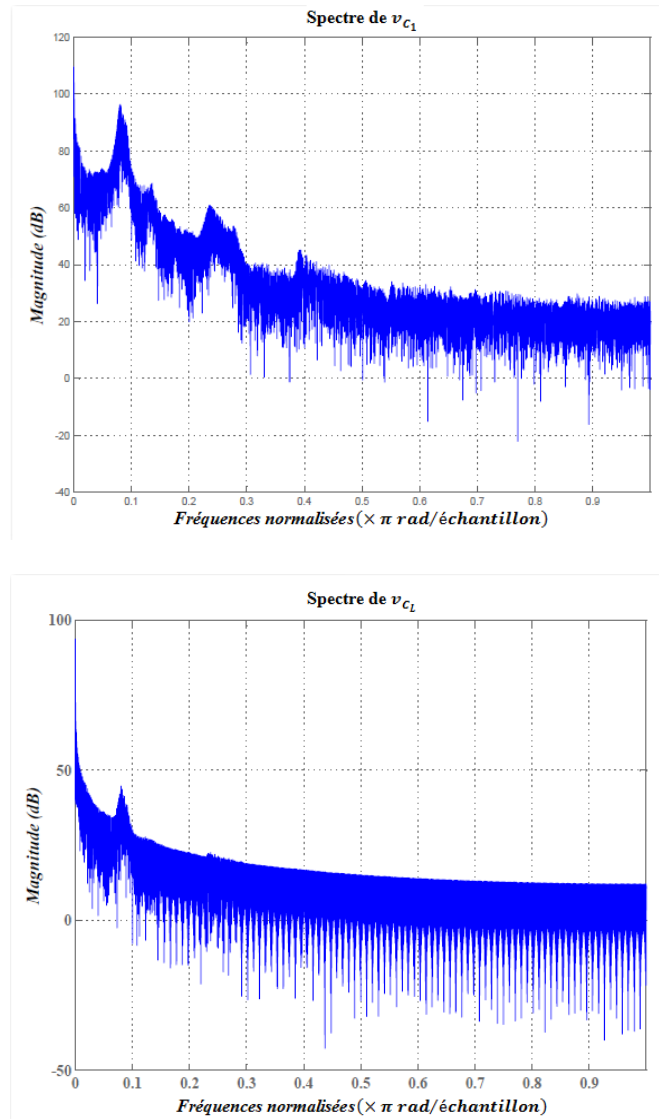


FIGURE 3.26 – Les représentations spectrales

3.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté le modèle instantané du convertisseur multicellulaire série. Nous avons étudié les comportements dynamiques du hacheur multicellulaire à deux cellules puis à cinq cellules associé à une charge non linéaire non strictement dissipative. Nous avons fait une étude numérique de ces convertisseurs en nous basant sur l'outil numérique Matlab /Simulink. Nous avons montré sur certaines des propriétés dynamiques de base, l'application du premier retour, le diagramme de bifurcation, la section de Poincaré, le spectre de puissance ou encore la route vers le chaos, que ces systèmes peuvent avoir un comportement chaotique. L'étude, notamment du hacheur à cinq cellules, a montré l'importance capitale de la régulation des variables internes du multicellulaire afin d'éviter le comportement chaotique car ici aucune configuration seule n'amène le convertisseur dans un état instable ou chaotique, c'est la succession des configurations qui a produit le comportement chaotique. Pour parler de façon imagée, pour éviter le chaos dans ce cas là, il faut éviter les phénomènes de pompage entre les différents condensateurs dûs aux différentes configurations. Afin de mieux maîtriser ces comportements chaotiques, nous allons, dans le chapitre 4, étudier les différentes commandes pouvant amener le convertisseur à son fonctionnement nominal par rapport à la charge mais aussi par rapport à ces variables internes (les tensions aux bornes des condensateurs flottants).

Chapitre 4

Commande d'un convertisseur multicellulaire série

4.1 Introduction

La commande des convertisseurs statiques qui se situe entre deux domaines, l'automatique et l'électronique de puissance vise à améliorer les performances des convertisseurs par une meilleure adéquation de la commande à la structure du convertisseur et à tendre vers une meilleure transmission de l'énergie vers la charge. Les objectifs principaux de la commande consistent à asservir les grandeurs de sortie du convertisseur à des grandeurs de référence de manière aussi parfaite que possible mais également à réguler ces grandeurs de sortie pour les rendre insensibles aux perturbations de la charge et de la source d'alimentation. Les performances d'une loi de commande sont évaluées en termes de stabilité, de rapidité, et de précision.

La recherche d'une loi de commande appropriée passe par l'analyse du comportement dynamique et statique du convertisseur, donc par l'obtention d'un modèle de celui-ci (chapitre 3). Dans ce chapitre, nous présenterons quelques commandes capables d'imposer la dynamique des tensions flottantes et du courant de charge du convertisseur multicellulaire série. Les références de tensions sont ici calculées à partir de la valeur de la tension d'alimentation et le modèle considéré est celui du chapitre 3 (paragraphe 3.3.1).

4.2 Commande naturelle en boucle ouverte

La commande usuelle ou la méthode de modulation de largeur d'impulsion (MLI), est la commande la plus simple assurant l'équilibre des tensions des condensateurs. Elle est utilisée à fréquence fixe. Cette méthode est dite passive, car elle ne nécessite pas la connaissance des tensions des condensateurs (aucune mesure). Elle dépend uniquement de la tension de sortie moyenne désirée à travers le rapport cyclique. Les signaux de commande des cellules de commutation possèdent tous le même rapport cyclique avec un déphasage régulier de $2\pi/N$. En pratique, on peut réaliser ces signaux de commande en comparant des signaux de forme triangulaire (porteuse) avec la tension de sortie moyenne de référence $V_{s_{ref}}$. La commande par MLI nécessite autant de porteuses triangulaires qu'il y'a de cellules à commander. Par ailleurs, il a été montré dans différents travaux [66], [67], ... que cette commande n'était capable d'assurer une régulation correcte uniquement que dans le cas d'un nombre premier de cellules. Dans le cas contraire, il existe des rapports cycliques pour lesquels les tensions des condensateurs ne convergent pas vers celles désirées.

4.3 Contrôle proportionnel des tensions condensateurs

4.3.1 Généralités

Rappelons que le modèle instantané d'un convertisseur multicellulaire série à p cellules fonctionnant en hacheur associé à une charge R - L est donné par le système d'équations (chapitre 2, équation 2.8) :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dv_{C_1}}{dt} = \frac{sc_2 - sc_1}{C_1} i_L \\ \frac{dv_{C_2}}{dt} = \frac{sc_3 - sc_2}{C_2} i_L \\ \vdots \\ \frac{dv_{C_{p-1}}}{dt} = \frac{sc_p - sc_{p-1}}{C_{p-1}} i_L \\ \frac{di_L}{dt} = \frac{sc_1 - sc_2}{L} v_{C_1} + \frac{sc_2 - sc_3}{L} v_{C_2} + \dots + \frac{sc_{p-1} - sc_p}{L} v_{C_{p-1}} + \frac{sc_p}{L} E - \frac{R}{L} i_L \end{array} \right. \quad (4.1)$$

Une loi de commande proportionnelle prend en compte uniquement la régulation des tensions aux bornes des condensateurs, elle est basée sur une modulation des rapports cycliques. Son principe repose sur une modification de ces rapports cycliques (voir figure 4.1) [69], [118] : Si les rapports cycliques des cellules $cell_{i+1}$ et $cell_i$ sont différents, le courant moyen I_{C_i} dans le condensateur C_i n'est pas nul et par conséquent la tension V_{C_i} évolue [134].

Lorsqu'un déséquilibre apparaît sur une tension condensateur V_{C_i} , le courant moyen I_{C_i} qui traverse le condensateur pendant une période de découpage $T_{déc}$ est tel que la tension V_{C_i} tende vers sa valeur d'équilibre. La variation de la tension condensateur ΔV_{C_i} s'obtient alors par la relation :

$$\Delta V_{C_i} = V_{C_i}(t + T_{déc}) - V_{C_i}(t) = \frac{i \cdot E}{p} - V_{C_i} = \frac{I_{C_i} \cdot T_{déc}}{C_i} \quad (4.2)$$

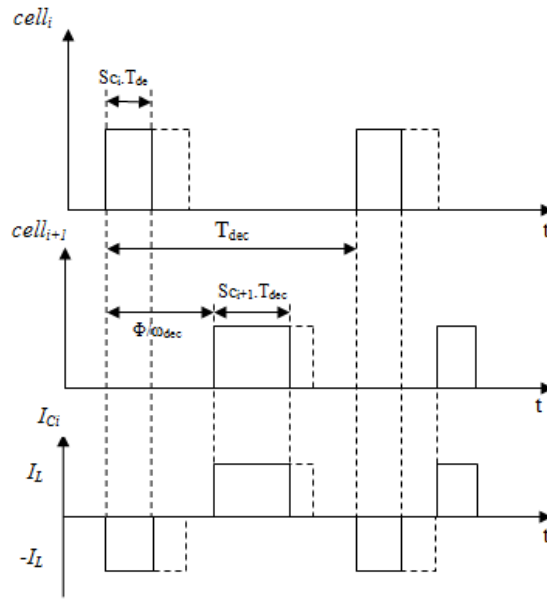


FIGURE 4.1 – Principe de régulation par modulation des rapports cycliques

Le courant I_{C_i} peut s'exprimer en fonction du courant de charge moyen I_L et des rapports cycliques u_{i+1} , et u_i . En remplaçant celui-ci dans l'expression (4.2) nous obtenons :

$$\Delta V_{C_i} = \frac{T_{déc}}{C_i} \cdot I_L \cdot [u_{i+1} - u_i] = \frac{T_{déc}}{C_i} \cdot I_L \cdot \alpha_i \quad (4.3)$$

où α_i représente la différence entre les rapports cycliques u_{i+1} et u_i . La grandeur de

commande α_i en fonction de déséquilibre sur la tension V_{C_i} s'exprime :

$$\alpha_i = \frac{C_i}{T_{dec} \cdot I_L} \cdot \Delta V_{C_i} = \frac{C_i}{T_{dec} \cdot I_L} \cdot \left[\frac{i \cdot E}{p} - V_{C_i} \right] \quad (4.4)$$

Il faut noter qu'il existe p grandeurs de commande (p rapports cycliques) et $p - 1$ tensions condensateurs à contrôler. Ceci implique que la variable de commande supplémentaire sera choisie constante en fonction du point de fonctionnement ou sera utilisée pour contrôler une grandeur de sortie du convertisseur. Notre préoccupation principale étant le contrôle des tensions V_{C_i} , la grandeur d'entrée est constante. Nous introduisons dans l'équation (4.3) le gain G qui sera choisi afin d'éviter toute saturation des rapports cycliques et pour assurer une dynamique d'équilibrage importante dans la phase de démarrage. En effet en l'absence de saturation des grandeurs de commande, l'évolution des grandeurs électriques est complètement maîtrisée. Le synoptique de la loi de commande (appliquée au convertisseur multicellulaire série à p cellules) est représenté sur la figure 4.2.

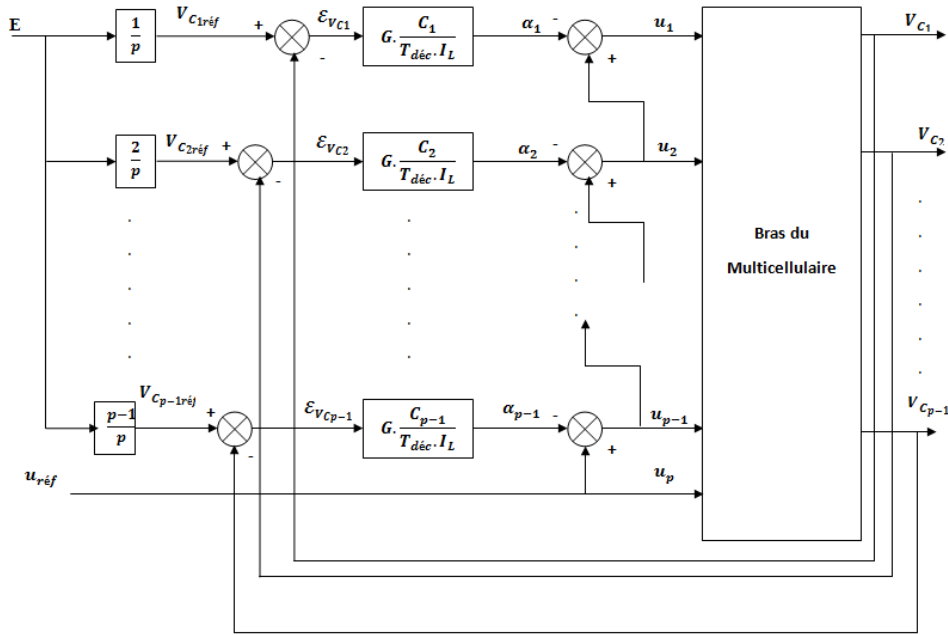


FIGURE 4.2 – Structure de la loi de commande modulant les rapports cycliques

La loi de commande peut être synthétisée par les équations :

$$\begin{aligned} u_p &= u_{ref} \\ u_i &= u_{i+1} - G \cdot \frac{C_i}{T_{dec} \cdot I_L} \cdot \left[\frac{i \cdot E}{p} - V_{C_i} \right] \end{aligned} \quad (4.5)$$

où i varie de 1 à $p - 1$ et $u_{réf}$ représente le rapport cyclique de référence permettant de définir le point de fonctionnement. La différence $\frac{i.E}{p} - V_{C_i}$ correspond à l'erreur existante $\mathcal{E}_{V_{C_i}}$ sur la tension V_{C_i} . L'équation (4.5) met en évidence que lorsque l'erreur $\mathcal{E}_{V_{C_i}}$ est nulle, les rapports cycliques sont égaux.

En considérant que le courant peut être représenté par sa valeur moyenne sur une période de découpage, il est possible de définir une boucle de contrôle propre à chaque condensateur.

En ce qui concerne le courant de charge I_L , la charge n'étant pas qu'inductive, il subit directement les variations de la tension d'alimentation car la valeur continue de ce courant en fonction de cette tension est : $I_L = u_{réf} \cdot \frac{E}{R}$ dans le cas d'un hacheur dévolteur.

4.3.2 Application au hacheur à deux cellules lié à une charge non linéaire

Cette analyse a été validée en simulation dans le cas d'un hacheur à deux cellules associé à une charge non linéaire non strictement dissipative dont le modèle mathématique est la suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} L \frac{di_L}{dt} = (sc_2 - sc_1)v_C - v_{C_L} - Ri_L + sc_2 E \\ C \frac{dv_C}{dt} = (sc_2 - sc_1)i_L \\ C_L \frac{dv_{C_L}}{dt} = i_L - g(v_{C_L}) \end{array} \right. \quad (4.6)$$

avec $g(v_{C_L}) = G_b v_{C_L} + \frac{1}{2}(G_a - G_b)(|v_{C_L} + B_p| - |v_{C_L} - B_p|)$

Le synoptique de la loi de commande (figure 4.2) appliquée au convertisseur multicellulaire série à deux cellules devient :

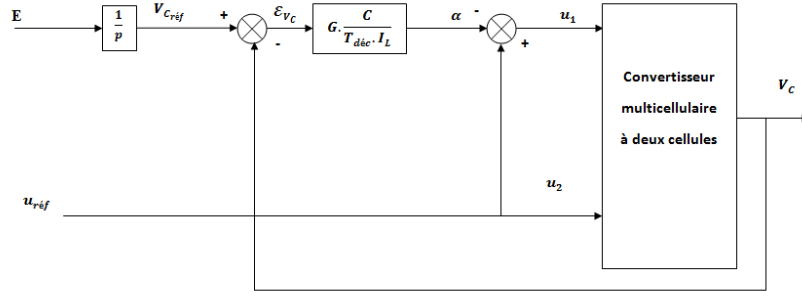


FIGURE 4.3 – Loi de commande modulant les rapports cycliques appliqué au convertisseur multicellulaire série à deux cellules

4.3.3 Résultats de simulation

Les simulations sont faites avec les caractéristiques suivantes (voir chapitre 3, paragraphe 3.3) : $E = 100V$; $C = 0.1\mu F$, $C_L = 40\mu F$, $L = 50mH$; $R = 10\Omega$. Les résultats de simulations sont représentés sur les figures 4.4, 4.5 et 4.6 sachant que $G = 250000$ et $u_{ref} = 0,5$

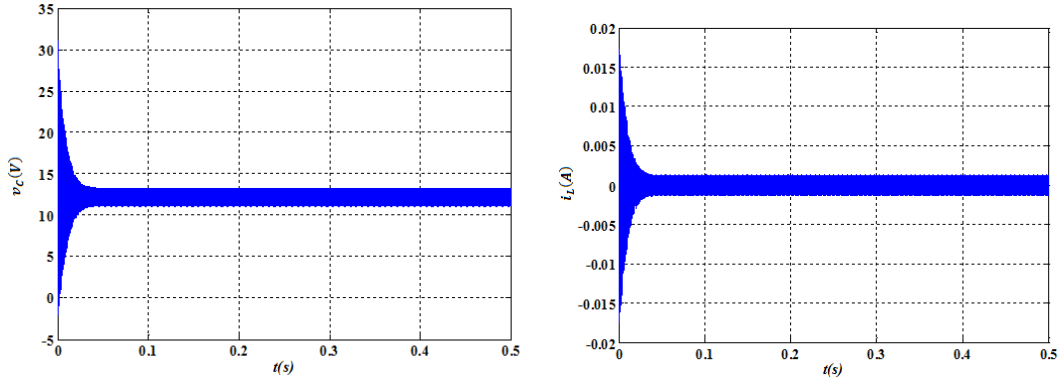


FIGURE 4.4 – Régulation par modulation des rapports cycliques : $f_s = 20Hz$

Les figures 4.4 et 4.5 montrent que les oscillations en régime transitoire n'ont pas disparues tandis que la figure 4.6 met en évidence la non évolution du rapport cyclique. Lorsque la fréquence de découpage devient très grande, cette commande permet bien d'imposer une dynamique d'équilibrage sur les tensions condensateurs (figure 4.7).

Nous développerons, dans le paragraphe suivant, une commande non linéaire qui se traduit par un découplage des grandeurs d'état (tensions v_{C_i} et courant i_L) sur lesquelles il sera possible d'imposer des dynamiques beaucoup plus rapides.

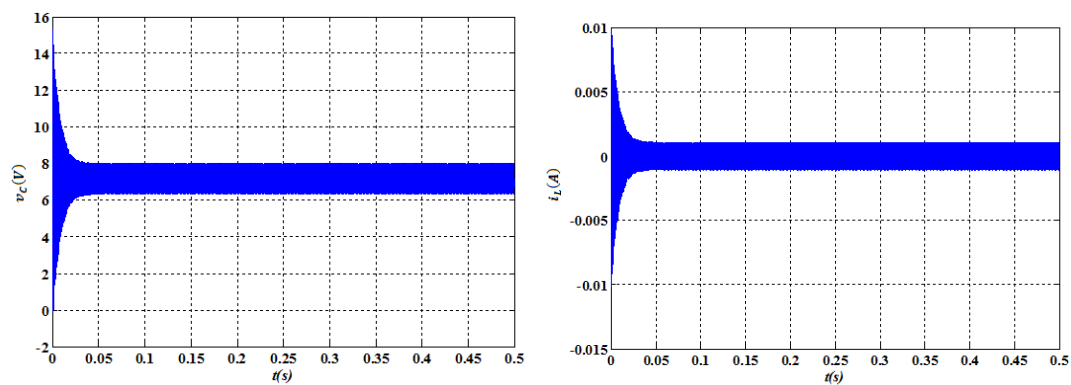
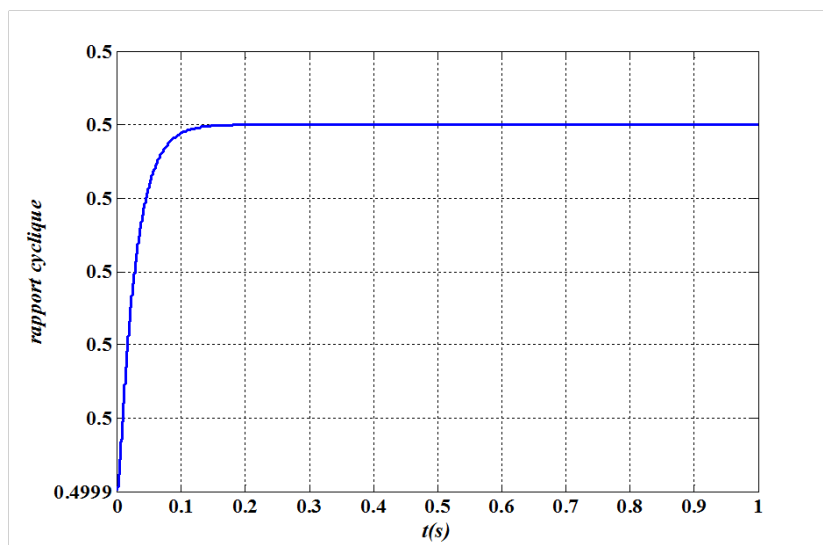
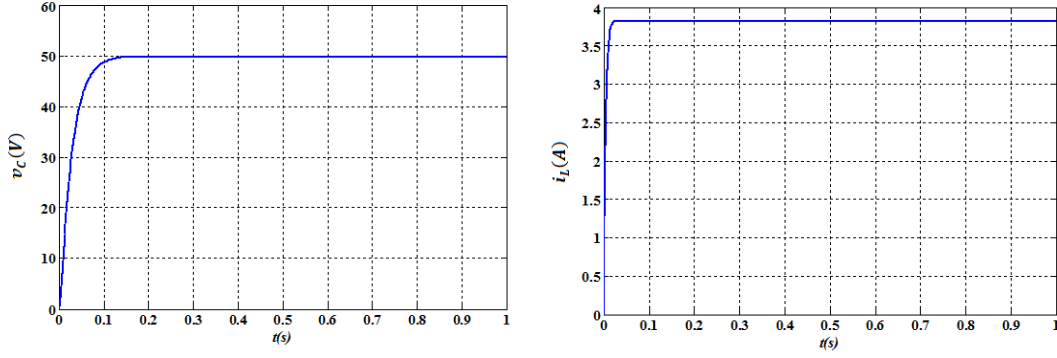
FIGURE 4.5 – Régulation par modulation des rapports cycliques : $f_s = 500Hz$ 

FIGURE 4.6 – Evolution du rapport cyclique

FIGURE 4.7 – Régulation par modulation des rapports cycliques : $f_s = 5kHz$

4.4 Régulation non linéaire

4.4.1 Généralités

L'étude du modèle du convertisseur nous a montré qu'un système multicellulaire possède des non linéarités principalement dues au fait que les commandes des différentes cellules ne sont pas indépendantes. Ceci ne représente pas une forte non linéarité, mais oblige à envisager une commande découplante pour le système. Pour cela, nous avons le choix entre la linéarisation entrées/sorties et une approche de type de Lyapunov et nous allons appliquer la linéarisation entrées/sorties à un hacheur à deux cellules associé à une charge non linéaire.

Pour étudier une commande classique de type linéarisation entrées/sorties, plusieurs solutions s'offrent à nous.

- La première est de faire une linéarisation approchée autour d'un point d'équilibre du système, c'est - à - dire un découplage linéaire d'un modèle linéarisé du système. Cette approche est intéressante et se prête bien aux problèmes de régulation. Elle possède néanmoins l'inconvénient de limiter les excursions du point d'équilibre sous peine de perdre la validité du modèle linéarisé.
- La deuxième, qui est nommée linéarisation exacte entrées/sorties permet elle de grandes transitions du point d'équilibre, mais en revanche cette méthode peut faire apparaître des problèmes de singularités.

Il est important de noter que quelle que soit la méthode choisie, l'état du système devra être mesuré. Nous avons choisi d'appliquer la méthode exacte ce qui nous permettra d'avoir une commande indépendante du point de vue fonctionnement. L'intérêt est également la portée de la méthode suivant la structure (hacheur). De

plus, l'application d'une méthode classique nous permettra de bien mettre en évidence tous les problèmes relatifs à la commande des systèmes multicellulaires.

La linéarisation exacte est une approche pour la construction de correcteurs non linéaires. L'idée principale de cette méthode est d'effectuer une transformation algébrique d'un système dynamique non linéaire, en un système totalement ou partiellement linéaire. Ainsi après transformation, toutes les techniques de synthèse de correcteurs linéaires peuvent être appliquées. L'intérêt de cette méthode est qu'elle effectue une transformation exacte du système d'état non linéaire, sans passer par une approximation linéaire comme les techniques de linéarisation classiques (Jacobian) [154].

Après quelques rappels nécessaires, nous appliquerons cette méthode au découplage d'un hacheur à deux cellules associé à une charge non linéaire.

4.4.2 Rappels

Définition : Soit (Σ) , un système non linéaire affine multi - entrées, multi - sorties (*MIMO*), qui peut être représenté par les équations d'état (4.7).

$$(\Sigma) \begin{cases} \dot{X} = f(X) + g(X)U \\ y = h(X) \end{cases} \quad (4.7)$$

où $X = [x_1, \dots, x_n] \in \mathbb{R}^n$ est le vecteur d'état,
 $U = [u_1, \dots, u_m] \in \mathbb{R}^m$ est le vecteur d'entrée,
 $y = [y_1, \dots, y_p] \in \mathbb{R}^p$ est le vecteur de sortie.

Une représentation vectorielle peut être donnée par :

$$f(X) = \begin{pmatrix} f_1(X) \\ \vdots \\ f_n(X) \end{pmatrix} \quad g(X) = \begin{pmatrix} g_1(X) \\ \vdots \\ g_n(X) \end{pmatrix} \quad et \quad h(X) = \begin{pmatrix} h_1(X) \\ \vdots \\ h_m(X) \end{pmatrix} \quad (4.8)$$

Les éléments de f, g, h sont des fonctions lisses, c'est - à - dire ces fonctions sont indéfiniment dérivables par rapport à chacun de leurs arguments.

Dérivée de Lie :

Étant donnée une fonction lisse $h_j(X)$, le gradient de h_j est noté ∇h_j et s'exprime par :

$$\nabla h_j = \frac{\partial h_j}{\partial X} \quad (4.9)$$

Ce gradient est représenté par un vecteur colonne d'éléments $(\nabla h_j)_k = \frac{\partial h_j}{\partial x_k}$.

De même, étant donné un champ de vecteurs $f(X)$, le jacobien de f est noté ∇f et s'exprime par :

$$\nabla f = \frac{\partial f}{\partial X} \quad (4.10)$$

Le jacobien est une matrice $n \times n$ qui a pour éléments $(\nabla f)_{kj} = \frac{\partial f_k}{\partial x_j}$.

Nous posons maintenant une fonction scalaire $h_j(X)$ lisse et un champ de vecteurs lisse $f(X)$. Définissons une nouvelle fonction scalaire $L_f h_j$ appelée dérivée de Lie de h_j par rapport à f comme suit :

$$L_f h_j(X) = \sum_{k=1}^m \frac{\partial h_j(X)}{\partial x_k} f_k(X) = \frac{\partial h_j(X)}{\partial X} f(X) \quad (4.11)$$

Résultats généraux

En reprenant le modèle du système donné par (4.7), on peut écrire la première dérivée de y à l'aide des dérivées de Lie :

$$\dot{y} = \frac{\partial h_j(X)}{\partial X} \dot{X} = \frac{\partial h_j(X)}{\partial X} (f(X) + \sum_{k=1}^m g_k(X) u_k) \quad (4.12)$$

Nous obtenons alors

$$\dot{y} = L_f h_j(X) + \sum_{k=1}^m (L_{g_k} h_j(X)) u_k \quad (4.13)$$

Il est intéressant de noter que si $L_{g_k} h_j(X) = 0$, les entrées u_k n'ont pas d'influence sur les sorties. On note ainsi r_j le plus petit nombre entier pour qu'une des entrées u_k apparaisse dans la r_j^{ieme} dérivée de la sortie y . Nous avons alors :

$$y^{r_j} = L_f^{(r_j)} h_j(X) + \sum_{k=1}^m L_{g_k} (L_f^{(r_j-1)} h_j(X)) u_k \quad (4.14)$$

Les nombres obtenus r_j sont appelés les degrés relatifs. Définissons la matrice de découplage $m \times m$, $\Delta(X)$:

$$\Delta(X) = \begin{pmatrix} L_{g1} L_f^{(r_1-1)} h_1(X) & \cdots & L_{gm} L_f^{(r_1-1)} h_1(X) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ L_{g1} L_f^{(r_m-1)} h_m(X) & \cdots & L_{gm} L_f^{(r_m-1)} h_m(X) \end{pmatrix} \quad (4.15)$$

Nous avons ainsi le vecteur $\Delta_0(X)$:

$$\Delta_0(X) = \begin{pmatrix} L_f^{r_1} h_1(X) \\ \vdots \\ L_f^{r_m} h_m(X) \end{pmatrix} \quad (4.16)$$

Il est alors possible de réécrire l'équation (4.14) en utilisant (4.15) et (4.16) :

$$Y = \begin{pmatrix} y_1^{(r_1)} \\ \vdots \\ y_m^{(r_m)} \end{pmatrix} = \Delta(X)U + \Delta_0(X) \quad (4.17)$$

À partir des définitions ci - avant, le théorème suivant définit les conditions de linéarisation du système (Σ) :

Théorème :

- Le système (Σ) est découplé sur $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ si et seulement si :

$$\text{rang}(\Delta(X)) = m, \quad \forall X \in \Omega \quad (4.18)$$

- Si cette condition est satisfaite alors le retour d'état non linéaire

$$U(X) = \alpha(X) + \beta(X)V \quad (4.19)$$

avec

$$\begin{cases} \alpha(X) &= -\Delta^{-1}(X)\Delta_0(X), \\ \beta(X) &= \Delta^{-1}(X) \end{cases} \quad (4.20)$$

et V le nouveau vecteur d'entrée

découple le système (Σ) sur Ω .

- Le système bouclé $(h, f + g\alpha, g\beta)$ possède un comportement entrées/sorties linéaire décrit par :

$$y_j^{(r_j)} = v_j \quad \forall j \in [1, \dots, m] \quad (4.21)$$

Nous effectuons sur le système ainsi linéarisé (Figure 4.8) par ce retour d'état non linéaire un second bouclage linéaire afin d'imposer au système la dynamique désirée. Toutes les méthodes de synthèse de correcteurs linéaires pourront ainsi être utilisées.

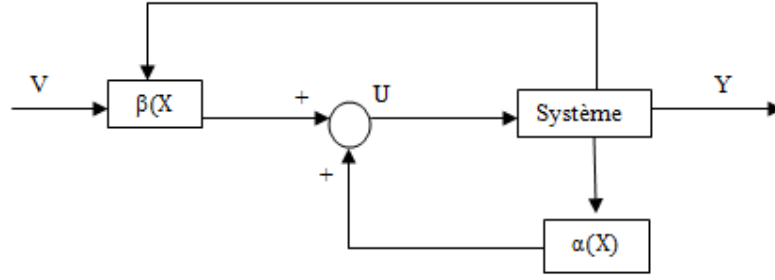


FIGURE 4.8 – Représentation du découplage par linéarisation exacte

Il est important de noter que cette méthode aboutit à un découplage total si on a $\sum r_j = n$, c'est - à - dire que le système découplé est linéaire pour toutes les variables d'état.

Si $\sum r_j < n$, nous obtenons alors $n - \sum r_j$ dynamiques de zéros qui conduisent à une étude plus complexe (étude des dynamique de zéros)

4.4.3 Application au hacheur à deux cellules lié à une charge non linéaire

Nous allons maintenant appliquer cette méthode à un convertisseur à deux cellules associé à une charge non linéaire (figure 3.3). Le vecteur d'état du système est donc d'ordre 3 et se trouve composé des deux tensions v_C et v_{C_L} et du courant de charge i_L .

Le modèle utilisé pour le convertisseur sera donc un modèle non linéaire affine donné par l'équation (4.20). Les entrées u_i symbolisent les rapports cycliques moyens pour chaque cellule, et les fonctions $f_3(X)$ et $g_3(X)$ sont données par les équations (4.21) et (4.22). Les fonctions $g_{3k}(X)$ représenteront alors les colonnes de la matrice $g_3(X)$. De plus nous avons supposé que la tension condensateur flottant est mesurée, donc que la fonction $h_3(X)$ peut être exprimée par :

$$h_3(X) = I_3(X) \quad (4.22)$$

avec I_3 = Matrice identité d'ordre 3. On calcule alors le découplage pour le système (équation 4.21), c'est - à - dire les matrices $\Delta(X)$ et $\Delta_0(X)$. On obtient la condition de validité du découplage suivante : $x_1 \neq 0$ Le calcul de découplage conduit à des degrés relatifs égaux $r_1 = r_2 = r_3 = 1$. Le système se trouve complètement découplé ($r_1 + r_2 + r_3 = 3 = n$) et chaque sortie peut être représentée par un intégrateur.

En appliquant sur le système le retour d'état, on obtient le système linéarisé suivant :

$$\begin{cases} \dot{y}_1 &= \dot{i}_L = v_1 \\ \dot{y}_2 &= \dot{v}_C = v_2 \\ \dot{y}_3 &= \dot{v}_{CL} = v_3 \end{cases} \quad (4.23)$$

Après le retour d'état non linéaire, nous obtenons donc trois sous systèmes découplés, représentés par des intégrateurs. Nous allons mettre en place des correcteurs linéaires afin de réguler les grandeurs d'état v_C et i_L .

Pour chacune des variables d'état, nous allons envisager tout d'abord un correcteur proportionnel dont l'équation pour la commande de la boucle i est donnée par (4.24). La figure (4.9) représente la boucle de régulation linéaire appliquée au système découplé.

$$v_i = K_p(x_{iref} - x_i) \quad \text{avec} \quad 1 \leq i \leq m \quad \text{et} \quad K_p > 0 \quad (4.24)$$

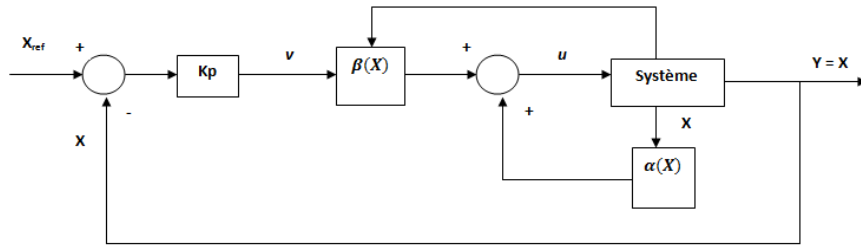


FIGURE 4.9 – Boucle de régulation avec correcteur proportionnel

On obtient alors pour chaque variable d'état une fonction de transfert en boucle ouverte (BO) du type : $T_{BOi}(S) = \frac{K_i}{S}$

et donc en boucle fermée : $T_{BFi}(S) = \frac{1}{1+\tau_i S}$ avec $\tau_i = \frac{1}{K_i}$

On imposera donc sur boucle la dynamique désirée par le réglage des gains, K_p .

Dans ces conditions, nous pouvons avec ce type de régulation imposer :

- Une dynamique donnée pour chaque variable d'état,
- Une erreur statique nulle en régime permanent, ceci étant dû au fait que les boucles possèdent un intégrateur dans la chaîne.

4.4.4 Résultats de simulation

L'application de cette commande à un hacheur à deux cellules série lié à une charge non linéaire non strictement dissipative avec les mêmes caractéristiques que ceux du chapitre 3, paragraphe 3.3 donne les résultats ci - dessous (Figures 4.10, 4.11 et 4.12).

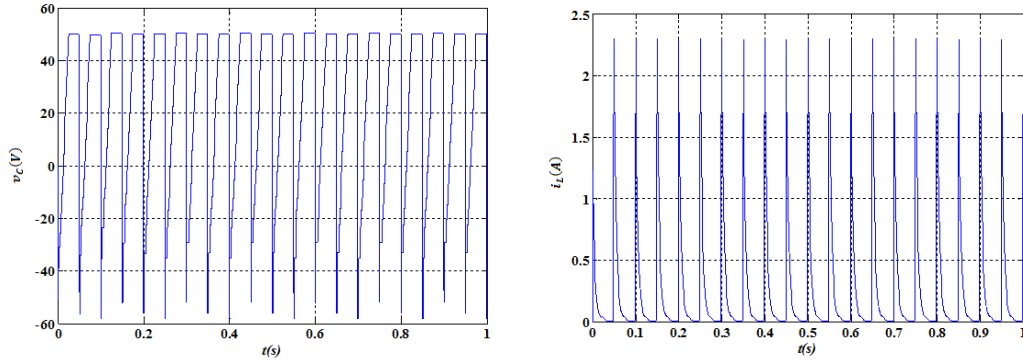


FIGURE 4.10 – Commande découplante : $f_s = 20Hz$

Les figures 4.10 et 4.11 montrent que la tension du condensateur flottant et le courant de charge ne sont pas régulés pour les faibles fréquences de commutation ($f_s = 20Hz$ et $f_s = 500Hz$ par exemple) par contre pour les hautes fréquences (par exemple $f_s = 4kHz$) ils le sont comme le montre la figure 4.12.

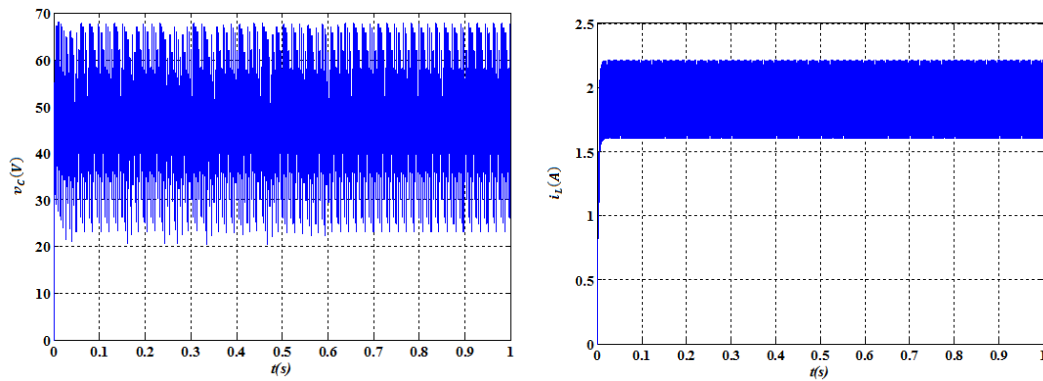
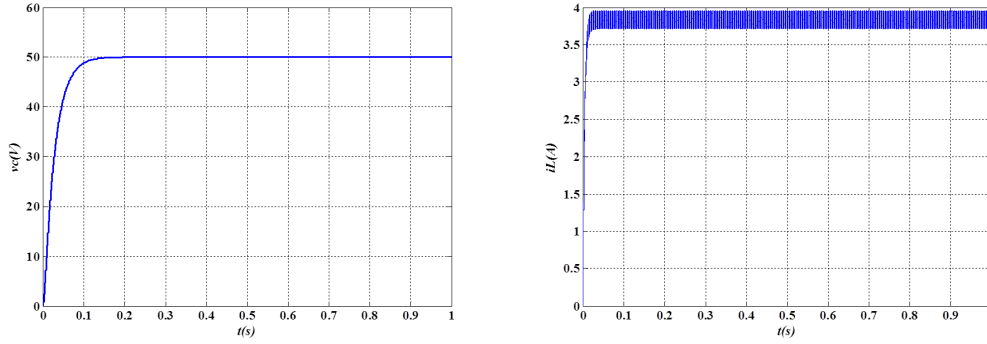


FIGURE 4.11 – Commande découplante : $f_s = 500Hz$

FIGURE 4.12 – Commande découplante : $f_s = 5kHz$

4.5 Commande par mode glissant

Les premiers travaux concernant les systèmes de commande à structure variable en mode de glissement ont été proposés et élaborés au début des années 50 par Emelyanov [155]. Cependant, ce n'est qu'à partir des années 80 que la commande par mode de glissement des systèmes à structure variable est devenue intéressante et attractive. Elle est considérée comme l'une des approches de commande des systèmes non linéaires et des systèmes ayant des modèles imprécis.

L'avantage principal de la commande par mode glissant est la robustesse vis-à-vis des variations paramétriques, de la précision importante, de la stabilité, de la simplicité et du temps de réponse faible.

Dans ce paragraphe, nous montrons comment la commande par mode de glissement peut être appliquée au contrôle de la tension aux bornes flottant d'un hacheur à deux cellules lié à une charge non linéaire et du courant de charge.

4.5.1 Définition de la commande par mode glissant

Dans la commande des systèmes à structure variable par mode de glissement la trajectoire d'état est amenée vers une surface puis à l'aide de la loi de commutation, elle est obligée de rester au voisinage de cette surface. Cette dernière est appelée surface de glissement et le mouvement est appelé mouvement de glissement.

L'objectif de la commande par mode glissant se résume en deux points essentiels :

- Synthétiser une surface $S(x)$, telle que toutes les trajectoires du système obéissent à un comportement désiré de poursuite, à la régulation et à la stabilité.
- Déterminer une loi de commande u (commutations) qui est capable d'attirer toutes les trajectoires d'état vers la surface de glissement et de les maintenir sur cette surface.

La conception de la loi de commande peut être effectuée en trois étapes principales très dépendantes l'une de l'autre :

- Le choix de la surface.
- L'établissement des conditions d'existence de la convergence.
- La détermination de la loi de commande.

4.5.2 Choix de la surface de glissement

On considère le système dynamique représenté par

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u \quad (4.25)$$

x est le vecteur d'état.

x_{ref} est le vecteur de référence.

L'erreur e est la différence entre le vecteur de référence et le vecteur d'état $e = x_{ref} - x$. Afin d'assurer la convergence d'une variable d'état x vers sa valeur de référence x_{ref} , Slotine propose la forme générale suivante [156] :

$$S(x) = \left(\frac{d}{dt} + \gamma\right)^{(r-1)}e \quad (4.26)$$

γ est une constante positive et r est le degré relatif.

4.5.3 Condition d'existence de convergence

Pour vérifier cette condition on utilise l'approche de Lyapunov. Il s'agit de choisir une fonction de Lyapunov $V(x) > 0$ (fonction scalaire positive) pour les variables d'état du système et de choisir une loi de commande qui fera décroître cette fonction (la dérivée de la fonction de Lyapunov est négative). En définissant par exemple une fonction de Lyapunov pour le système comme suit :

$$V(x) = \frac{1}{2}S^2(x) \quad (4.27)$$

En dérivant cette dernière on obtient :

$$\dot{V}(x) = \dot{S}(x)S(x) \quad (4.28)$$

Pour que la fonction de Lyapunov puisse décroître, il suffit d'assurer que sa dérivée soit négative :

$$\dot{S}(x)S(x) < 0 \quad (4.29)$$

4.5.4 Détermination de la loi de commande

Lorsque le régime glissant est atteint, la dynamique du système est indépendante de la loi de commande qui n'a pour but que de maintenir les conditions de glissement (l'attractivité de la surface). C'est pour cette raison que la surface est déterminée indépendamment de la commande. Maintenant, il reste à déterminer la commande nécessaire pour attirer la trajectoire d'état vers la surface et ensuite vers son point d'équilibre en maintenant les conditions d'existence du mode de glissement.

L'obtention d'un régime de glissement oblige une commande discontinue. La surface de glissement devrait être attractive des deux côtés. De ce fait, si cette commande discontinue est indispensable, il n'empêche nullement qu'une partie continue lui soit ajoutée. La partie continue peut en effet amener à réduire autant que nous voulons l'amplitude de la partie discontinue. En présence d'une perturbation, la partie discontinue a essentiellement pour but de vérifier les conditions d'attractivité. Dans ce cas, la structure d'un contrôleur par mode de glissement est constituée de deux parties, une concernant la linéarisation exacte (u_{eq}) et l'autre la stabilité (u_n).

$$u = u_{eq} + u_n \quad (4.30)$$

u_{eq} correspond à la commande proposée par Filipov [156]. Elle sert à maintenir la variable à contrôler sur la surface de glissement $S(x) = 0$. La commande équivalente est déduite, en considérant que la dérivée de la surface est nulle. La commande discrète u_n est déterminée pour vérifier la condition de convergence en dépit de l'imprécision sur les paramètres du modèle du système.

Afin de mettre en évidence le développement précédent, on considère le système d'état (équation 4.25). On cherche à déterminer l'expression analogique de la commande u . La dérivée de la surface $S(x)$ est :

$$\dot{S}(x) = \frac{\partial S}{\partial t} = \frac{\partial S}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} \quad (4.31)$$

En remplaçant les équations (4.25) et (4.30) dans (4.31), on trouve :

$$\dot{S}(x) = \frac{\partial S}{\partial t} = \frac{\partial S}{\partial x} [f(x) + g(x)u_{eq}] + \frac{\partial S}{\partial x} g(x)u_n \quad (4.32)$$

Durant le mode de glissement et le régime permanent, la surface est nulle, et par conséquent, sa dérivée et la partie discontinue sont aussi nulles. D'où, on déduit

l'expression de la commande équivalente.

$$u_{eq} = -\left[\frac{\partial S}{\partial x}g(x)\right]^{-1}\left[\frac{\partial S}{\partial x}f(x)\right] \quad (4.33)$$

Pour que la commande équivalente puisse prendre une valeur finie, il faut que :

$$\frac{\partial S}{\partial x}g(x) \neq 0 \quad (4.34)$$

Durant le mode de convergence, et en remplaçant la commande équivalente par son expression dans (4.32), on obtient la nouvelle expression de la dérivée de la surface :

$$\dot{S}(x) = \frac{\partial S}{\partial x}g(x)u_n \quad (4.35)$$

Et la condition d'attractivité $S(x)\dot{S}(x) < 0$ devient :

$$S(x)\frac{\partial S}{\partial x}g(x)u_n < 0 \quad (4.36)$$

Afin de satisfaire la condition d'attractivité, le signe de u_n doit être opposé à celui de $S(x)\frac{\partial S}{\partial x}g(x)$. La forme la plus simple que peut prendre la commande discrète est celle d'une fonction *sign*.

$$u_n = k_x \text{sign}(S(x)) \quad (4.37)$$

Le signe de k_x doit être différent de celui de $\frac{\partial S}{\partial x}g(x)$. La figure 4.13 représente la fonction *sign*.

La commande de tels systèmes par mode de glissement a en générale deux modes de fonctionnement :

- Le mode non glissant (reaching mode) ou mode d'accès, ou encore mode de convergence.
- Le mode glissant (sliding mode).

Ainsi la trajectoire de phase partant d'une condition initiale quelconque atteint la surface de commutation en un temps fini (mode non glissant) puis tend asymptotiquement vers le point d'équilibre avec une dynamique définie par le mode glissant (Figure 4.14).

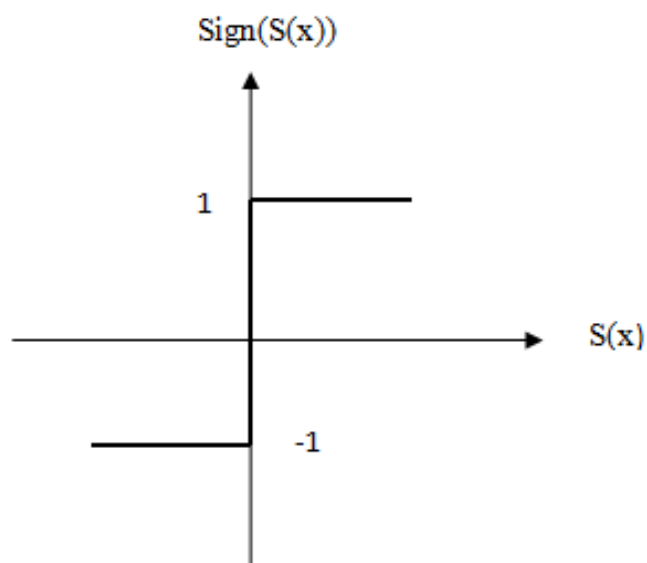
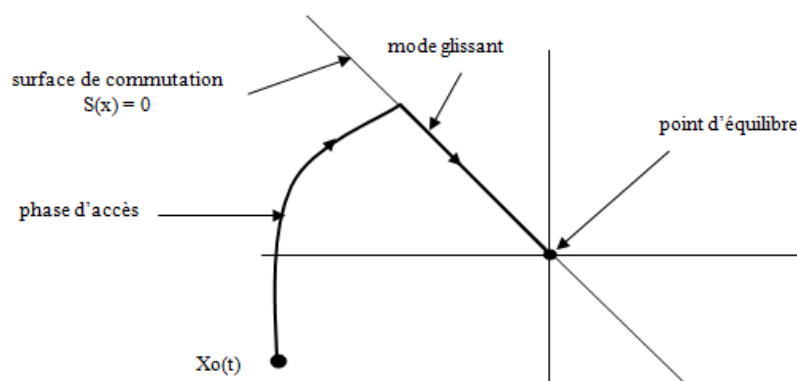
FIGURE 4.13 – Représentation de la fonction *sign*

FIGURE 4.14 – Modes de fonctionnement

4.5.5 Application de la commande par mode glissant sur le hacheur multicellulaire à deux cellules lié à une charge non linéaire

Nous avons testé cette méthode sur le hacheur à deux cellules lié à une charge non linéaire non strictement dissipative (voir chapitre 3, paragraphe 3). Considérons $v_{C_{ref}} = \frac{E}{2}$ et $i_{L_{ref}}$ les valeurs de référence de la tension aux bornes du condensateur flottant et du courant de charge respectivement. L'erreur est définie par :

$$e^T = [v_C - v_{C_{ref}} \quad i_L - i_{L_{ref}}] \quad (4.38)$$

Considérons les séquences de contrôle en boucle fermée du convertisseur à deux cellules.

$$u_i = \frac{1}{2}[1 - \text{sign}(S_i)], \quad i = 1, 2 \quad (4.39)$$

où les surfaces de mode glissant sont données par :

$$\begin{cases} S_1 &= i_{L_{ref}} v_C - i_L v_{C_{ref}} \\ S_2 &= i_{L_{ref}} (E - v_C) - i_L v_{C_{ref}} \end{cases} \quad (4.40)$$

Ainsi l'erreur e est asymptotiquement stable. Si

$$\begin{cases} S_1 &= 0 \\ S_2 &= 0 \end{cases} \quad (4.41)$$

et utilisant $v_{C_{ref}} = \frac{E}{2}$, nous obtenons :

$$\begin{cases} i_{L_{ref}} v_C - i_L v_{C_{ref}} &= 0 \\ i_{L_{ref}} (E - v_C) - i_L v_{C_{ref}} &= 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_C &= v_{C_{ref}} \\ i_L &= i_{L_{ref}} \end{cases} \quad (4.42)$$

Ceci prouve que les surfaces S_1 et S_2 sont attractives et invariantes.

4.5.6 Résultats de simulation

Les simulations sont faites avec matlab / simulink. Les résultats de simulation montrent que les variables d'états d'un convertisseur à deux cellules associé à une charge non linéaire non strictement dissipative ne sont régulées pour les faibles fréquences de commutation (figures 4.15 et 4.16).

Cette commande est robuste lorsque la fréquence de découpage devient très grande (par exemple à $16kHz$: figure 4.17).

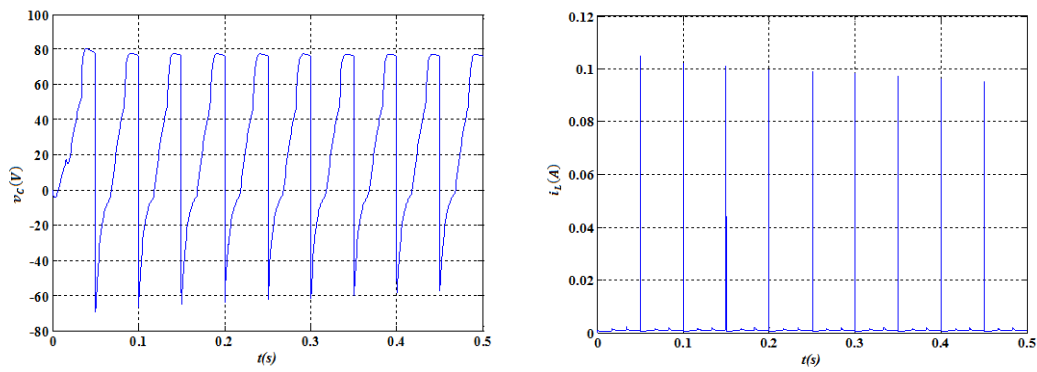


FIGURE 4.15 – Commande par mode glissant : $f_s = 20Hz$

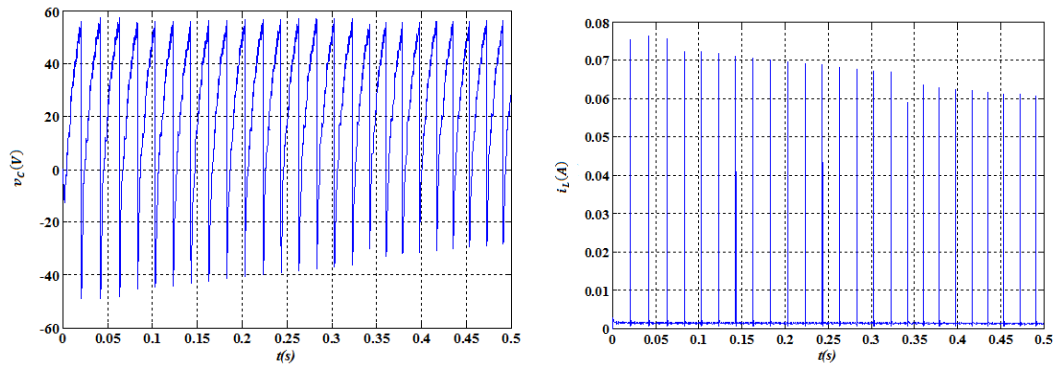
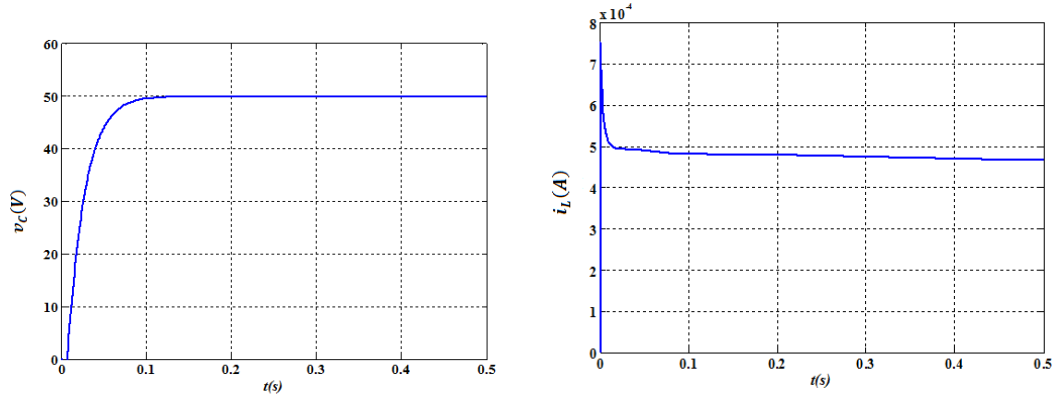


FIGURE 4.16 – Commande par mode glissant : $f_s = 500Hz$

FIGURE 4.17 – Commande par mode glissant : $f_s = 16kHz$

Toutes ces commandes sont utilisées à fréquence de commutation fixe et en régime permanent à l'exception de la commande par mode de glissement qui est souvent aussi utilisée en régime transitoire. Ces différentes méthodes de contrôle s'intéressent dans la majorité des cas beaucoup plus aux tensions aux bornes des condensateurs flottants. Nous constatons aussi que ces méthodes de commandes, pour les basses fréquences de commutation, ne régulent ni la tension du condensateur flottant ni le courant de charge du hacheur à deux cellules lié à une charge non linéaire non strictement dissipative. Pour notre travail, nous voulons contrôler à la fois la tension aux bornes du condensateur flottant du hacheur à deux cellules lié à une charge non linéaire non strictement dissipative et le courant de charge pour les basses fréquences de commutation parce que c'est pour ces fréquences que le convertisseur présentent des comportements chaotiques.

Nous allons ainsi tester une nouvelle commande : la commande hybride à l'aide des réseaux de Petri.

4.6 Commande hybride au moyen des Réseaux de Petri

4.6.1 Rappels sur les Réseaux de Petri

Un réseau de Petri (RdP) est composé :

- d'un ensemble des places,
- d'un ensemble des transitions,
- d'un ensemble d'arcs qui associent les places (d'entrée) aux transitions et les transitions aux places (de sortie),

- de poids (entiers) associés aux arcs.

L'état d'un réseau est défini par son marquage que l'on note m_i . Un marquage associe à chaque place un nombre entier positif, que l'on représente graphiquement par des jetons. On distingue plusieurs classes de réseaux de Petri : les réseaux de Petri autonomes dépourvus d'horloge interne, les réseaux de Petri dépendant du temps, les réseaux de Petri colorés, ... Ainsi pour les premiers, seul l'ordre d'apparition des événements est pris en compte alors que pour les seconds les instants des événements interviennent également. On a aussi les réseaux de Petri continus utilisés pour représenter les systèmes continus et les réseaux de Petri hybrides utilisés pour représenter les systèmes hybrides. Les détails sur les différentes classes des réseaux de Petri se trouvent en annexe (Annexes B).

Cette commande fonctionne en régime permanent comme en régime transitoire. Elle permet l'équilibrage des tensions des condensateurs quelque soit le nombre de cellules et a un temps de réponse optimal. Par contre elle est plus complexe et est à fréquence variable.

Nous allons utiliser cette méthode pour commander un hacheur à deux cellules associé à une charge non linéaire. Nous étudions le hacheur à deux cellules par souci de simplicité de présentation et de temps. Par ailleurs la commande hybride par RdP a été utilisée par Amghar [133] pour commander un convertisseur multicellulaire parallèle et Salinas [83] pour commander un convertisseur multicellulaire série à trois cellules associé à une charge passive R-L.

4.6.2 Application des RdP à la commande d'un convertisseur à deux cellules lié à une charge non linéaire

4.6.2.1 Modélisation

Un convertisseur multicellulaire série peut être considéré comme un système dynamique hybride (SDH) parce qu'il est composé de deux sous-ensembles : un bloc continu et un bloc discret [126]. Le bloc continu symbolise l'évolution dynamique de l'état continu. Dans notre cas il est constitué de la capacité flottante, de la résistance, de l'inductance, et de la capacité de la charge (chapitre 3, paragraphe 3). Le bloc discret présente le système à événement discret. Il reçoit des événements internes et externes, pour le convertisseur c'est l'état des interrupteurs des cellules de commutation. La figure 4.18 représente le schéma de commande hybride de notre système.

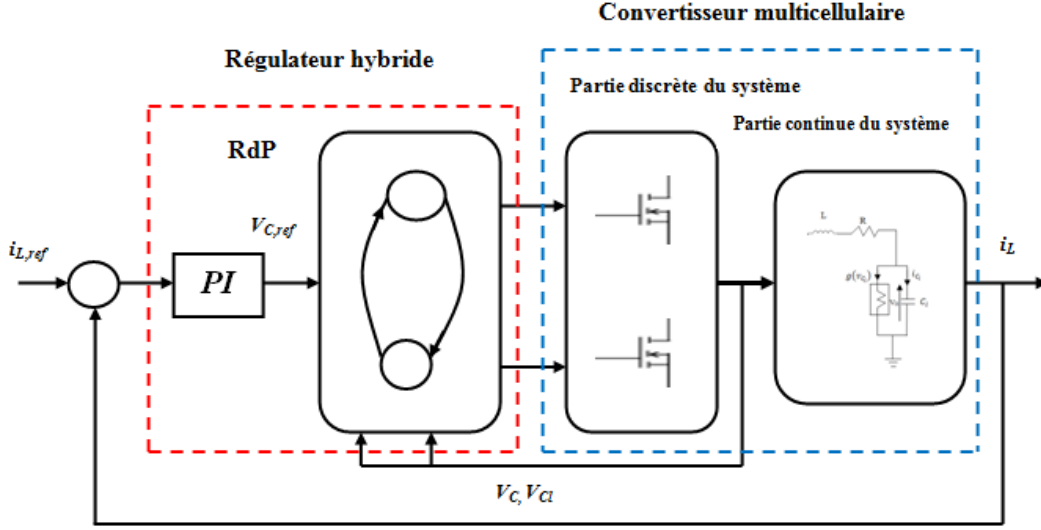


FIGURE 4.18 – Commande hybride du hacheur à deux cellules lié à une charge non linéaire

4.6.2.2 Conception de la commande

La commande est constituée de deux parties, une partie continue et une partie discrète. La partie continue est basée sur une boucle de régulation PI assurant la régulation du courant de charge. La deuxième boucle est modélisée par un RdP et régule la tension v_C du condensateur flottant C en utilisant les redondances des états de commutation [83] à la valeur $V_{C,ref}$. Cette régulation de tension est suivie d'un équilibrage des tensions des cellules pour assurer une meilleure répartition de celles-ci [83]. La figure 4.19 représente le RdP de la commande des interrupteurs. Les places P_1 , et P_2 modélisent respectivement l'état des interrupteurs des cellules de commutation $cell_1$, et $cell_2$. Cet algorithme de calcul de la commande est développé afin d'agir sur le système, dans le cas où il présente une divergence au niveau de courant de charge et la tension aux bornes du condensateur flottant [74]. La transition d'une place à une autre est conditionnée par l'état du courant de charge i_L , de la tension v_C (Table 4.2) et du courant I_{sref} . La fermeture de l'interrupteur de la cellule ($Cell_i$) est conditionnée par la validation de la transition T_{i0} et l'écoulement de temps de séjour d_i . Ce temps de séjour modélise le temps autorisé entre deux commutations successives. Pour notre travail on a pris le même temps de séjour des places P_1 , et P_2 c'est-à-dire $d_1 = d_2$. Le RdP est constitué de 2 arcs inhibiteurs, leur rôle est d'empêcher la présence de plus d'un seul jeton dans les places P_1 , et P_2 .

Le convertisseur est autorisé à se configurer sous deux configurations possibles. Pour la première configuration un seul interrupteur est autorisé à être passant. Dans la deuxième configuration deux interrupteurs sont autorisés à être passants [125].

La signification de toutes places et transitions est montrée dans les tables 4.1 et 4.2 avec δ l'erreur sur la tension aux bornes du condensateur flottant et e la valeur mesurée de v_C . L'erreur sur le courant de charge est notée δ_1

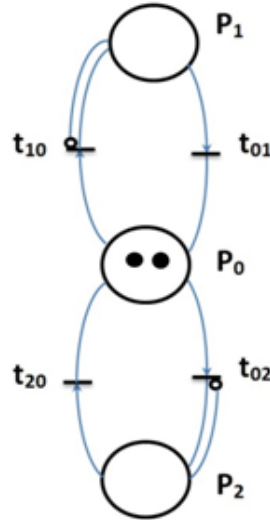


FIGURE 4.19 – RdP de commande des interrupteurs du convertisseur à deux cellules

Places	Désignations
P_0	L'état initial des interrupteurs de commutation
P_1	L'état de l'interrupteur de la première cellule
P_2	L'état de l'interrupteur de la deuxième cellule

TABLE 4.1 – Signification des places

Transitions	Désignations
t_{01}	$(e \leq +\delta)$ ou $((-\delta < e < +\delta) \text{ et } (V_c > \frac{E}{2}))$
t_{02}	$(e \leq +\delta)$ ou $((-\delta < e < +\delta) \text{ et } (V_c < \frac{E}{2}))$
t_{10}	$(e \geq -\delta)$ ou $((-\delta < e < +\delta) \text{ et } (V_c < \frac{E}{2}))$
t_{20}	$(e \geq -\delta)$ ou $((-\delta < e < +\delta) \text{ et } (V_c > \frac{E}{2}))$

TABLE 4.2 – Les transitions

4.6.2.3 Résultats de simulation

Les résultats de simulation sont obtenus en utilisant les paramètres du convertisseur du chapitre 3 : $L = 50mH, C = 0.1\mu F, Cl = 40\mu F, R = 10\Omega, E = 100V$. La figure 4.20 représente l'évolution des tensions aux bornes des condensateurs et du courant de charge de la commande MLI tandis que la figure 4.21 représente les mêmes évolutions mais cette fois - ci pour la commande hybride à base des RdP ($\delta = 0.8$ et $\delta_1 = 0.001$).

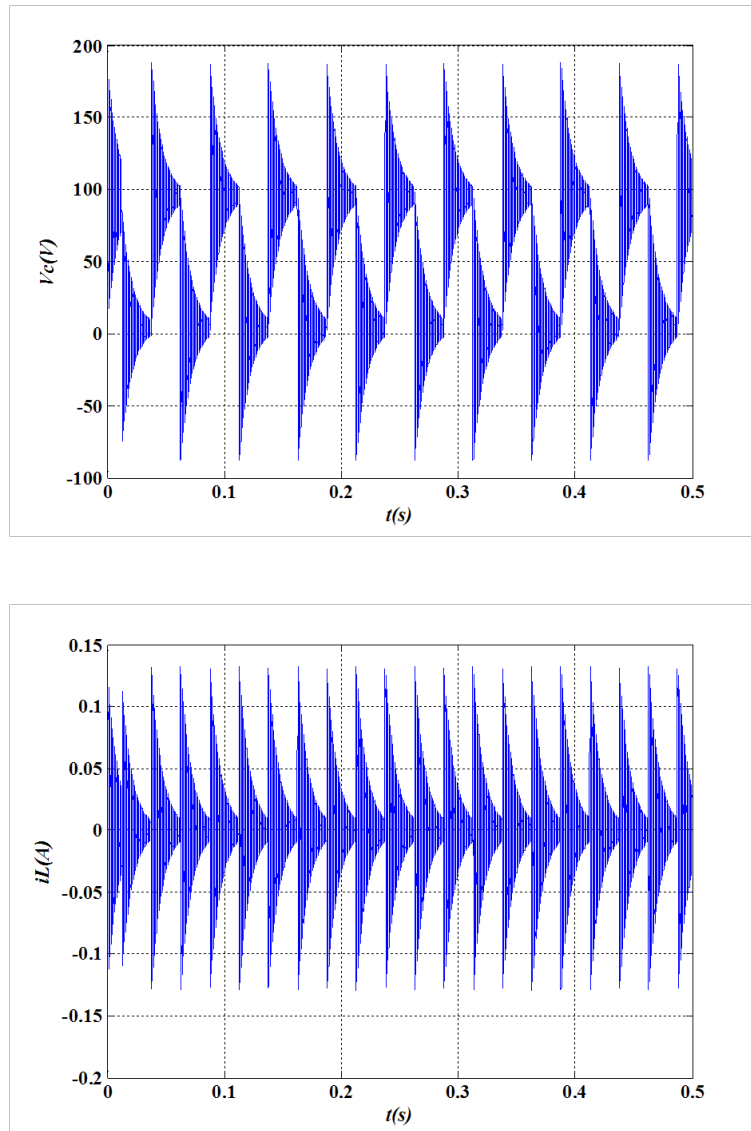
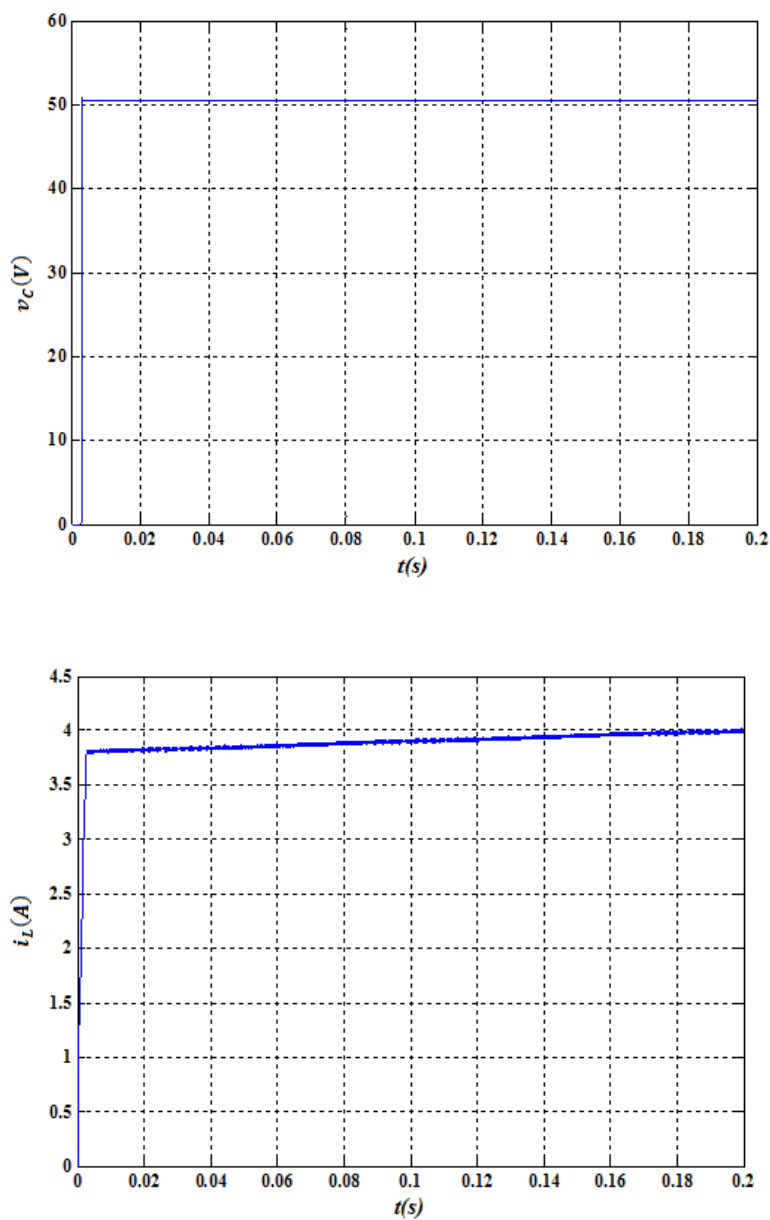


FIGURE 4.20 – Commande MLI

FIGURE 4.21 – Commande hybride basée sur le RdP : $f_s = 500Hz$

Nous remarquons que la commande hybride par RdP est plus robuste par rapport aux autres commandes car elle permet de réguler les variables d'état du convertisseur même pour les basses fréquences et ceci en un temps très court. Les comportements chaotiques qu'on observait ont disparus.

Nous allons maintenant appliquer cette commande à un convertisseur multicellulaire série à cinq cellules associé à une charge non linéaire non strictement dissipative. Nous avons fait ce choix parce qu'elle a été utilisée par Salinas [83] pour commander un convertisseur multicellulaire série à trois cellules associé à une charge passive R - L. En plus, c'est une forme de généralisation de l'étude faite avec le convertisseur à deux cellules.

4.6.3 Application des RdP à la commande d'un convertisseur à cinq cellules lié à une charge non linéaire

4.6.3.1 Modélisation

Le convertisseur multicellulaire série à cinq cellules lié à une charge non linéaire non strictement dissipative (figure 3.18) se réduit à un système élémentaire de conversion statique d'énergie électrique. Il est constitué de cinq cellules de commutation. Il est qualifié d'hybride puisque formé d'une partie continue (la source E de tension continue et les éléments passifs de modélisation L, R, C_1, C_2, C_3, C_4 et C_l de la charge) et la partie discontinue (les circuits de commutation fonctionnant en tout - ou - rien : interrupteur ouvert ou fermé et de la charge non linéaire) (équation 3.24)[124].

4.6.3.2 Construction de la commande

Dans cette section, nous définissons le système de contrôle pour un convertisseur multicellulaire à cinq cellules lié à une charge non linéaire non strictement dissipative. Le schéma de contrôle proposé est basé sur deux RdP, comme le montre la figure 4.22. Le premier RdP met en œuvre la stratégie de contrôle du courant de charge, l'attribution du niveau de tension que le convertisseur doit fournir, tandis que le second RdP met en œuvre la régulation de la tension des condensateurs flottants. Le régulateur de tension (modélisé par le deuxième RdP) reçoit la référence de niveau de tension de la commande de courant (modélisé par la première RdP), et l'état de charge de chaque condensateur. Utilisant la redondance des états commutation, le régulateur de tension entraîne directement le convertisseur de maintenir l'équilibre de tension de condensateurs flottants et d'assurer le niveau de tension

demandée par le régulateur de courant.

Pour la régulation du courant de charge, une méthode d'hystérésis est utilisée. Une bande de fonctionnement, $\pm\delta$, est prévue, de telle sorte que le courant de charge, soit à l'intérieur de cette bande (par exemple, $I_{ref} - \delta \leq I \leq I_{ref} + \delta$). Le RdP qui régule le courant sélectionne le niveau de tension approprié pour atteindre le courant de référence.

Pour l'équilibrage de la tension du condensateur, nous utilisons la conduite discontinue redondant. Ainsi, l'objectif de la deuxième RdP est d'équilibrer les tensions des condensateurs flottants à des valeurs de référence donnée par $v_{C_k} = \frac{k}{p-1}E$ pour $k = 1, \dots, p-2$, avec p le nombre de cellules et k la position de la cellule, tandis que dans le même temps, il assure la référence de niveau de tension à la sortie, ce qui est accompli en utilisant ces redondances.

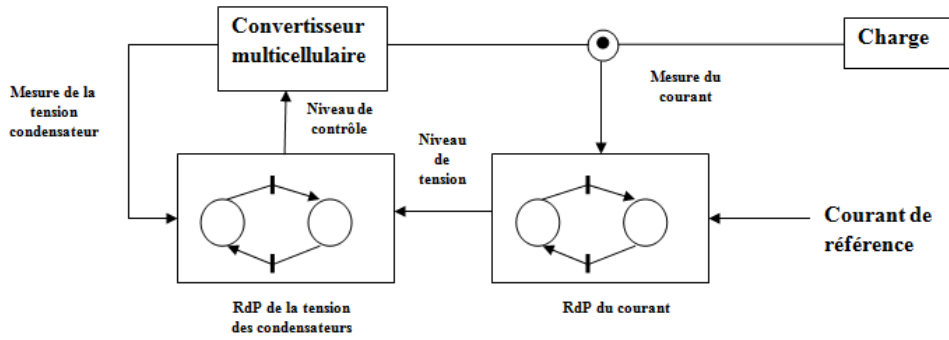


FIGURE 4.22 – Schéma de contrôle de RdP pour la tension condensateur et le courant de charge

4.6.3.3 Résultats de simulation

Lorsque nous appliquons la RdP sur le hacheur à cinq cellules lié à une charge non linéaire, nous constatons que les tensions des condensateurs flottants C_1 , C_2 et C_4 atteignent très rapidement leur référence ($0.03s$) (figure 4.23 (a)) tandis qu'il faut attendre jusqu'à $8s$ pour que la tension du condensateur flottant C_3 atteigne sa référence (figure 4.23 (b)).

Les scrolls obtenus avec la MLI (figure 3.19) ont disparu (Figure 4.24).

Par ailleurs le convertisseur, qui exhibait un comportement chaotique, se retrouve dans un état stable après application de la régulation par RdP. Nous assistons ainsi à une suppression du comportement chaotique dans le convertisseur.

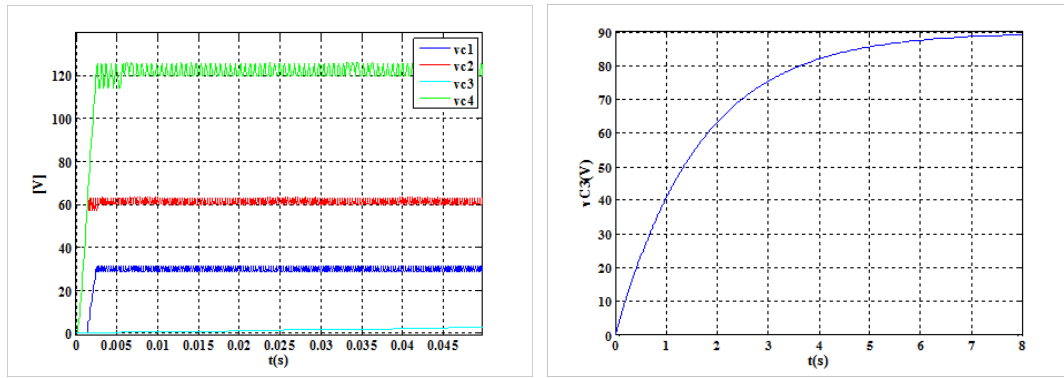


FIGURE 4.23 – Commande par RdP : Formes temporelles

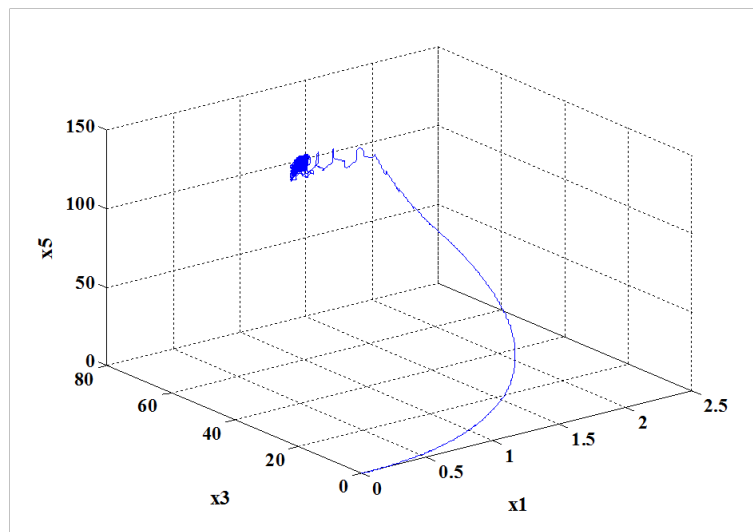


FIGURE 4.24 – Commande par RdP : Portrait de phase

4.7 Conclusion

Nous avons passé en revue dans ce chapitre quelques commandes du convertisseur multicellulaire série pour mettre en avant une nouvelle commande des interrupteurs à l'aide des réseaux de Petri. L'utilisation de cette commande nous a permis d'imposer des dynamiques plus rapides sur les tensions des condensateurs. Les résultats de simulation ont montré que la commande hybride par RdP amène les tensions et le courant de charge vers un voisinage de leur valeur de fonctionnement nominal en un temps de réponse très court et nous permet de supprimer le comportement chaotique.

Conclusion générale

Les travaux exposés dans ce mémoire portent sur les dynamiques chaotiques pour des circuits électroniques fortement non linéaires qui peuvent être rendus chaotiques. Ces circuits représentent les convertisseurs statiques de l'électronique de puissance. Ils sont la continuation des travaux déjà réalisés au sein d'ECS-Lab, sur les convertisseurs multicellulaires, notamment les thèses de Olivier Bethoux, de Khleifa Benmansour et de Bilal Amghar.

Le chapitre 1 présente, dans un premier temps, quelques définitions et théorèmes généraux sur les aspects hybrides des SDC dans le but de bien différencier ces systèmes des systèmes non linéaires continus, ainsi que divers résultats trouvés dans la littérature, concernant l'étude de leur stabilité. Le cas des SDC linéaires par morceaux a été illustré par une application à deux convertisseurs de puissance boost et buck en présentant leurs comportements de l'état stable à l'état chaotique par variation de valeur d'un paramètre du système, respectivement le courant de référence I_{ref} pour le convertisseur boost et la tension d'alimentation E pour le convertisseur buck.

Dans le chapitre 2, nous avons tout d'abord présenté l'état de l'art sur les convertisseurs multicellulaires. Ensuite nous avons mis en avant le convertisseur multicellulaire série en présentant les différents modes de fonctionnement (hacheur et onduleur) et les modèles instantanés associés. Cette modélisation aux valeurs instantanées est basée sur une analyse des équations régissant l'évolution des grandeurs d'états en fonction de l'état des interrupteurs du convertisseur.

Le troisième chapitre est dédié à la modélisation des hacheurs à deux et cinq cellules associés à une charge non linéaire non strictement dissipative. La simulation numérique est effectuée sous Matlab / Simulink. L'analyse de leur comportement chaotique à partir des propriétés dynamiques de base et les routes vers le chaos sont ensuite présentées, analysées et commentées.

Le quatrième chapitre est consacré à la synthèse d'une loi de commande dans le

but d'une meilleure répartition des tensions des cellules. En effet, l'algorithme de contrôle est synthétisé à base d'un régulateur hybride. Ce dernier est composé de deux parties, la première est un régulateur PI qui assure la régulation du courant de charge et la deuxième est une commande directe des interrupteurs. Elle est conçue à l'aide d'une modélisation par réseaux de Petri, elle veille à la régulation des tensions des condensateurs flottants autour des points de fonctionnement. Les résultats de simulation ont permis de mettre en évidence les performances et la robustesse de la loi de commande proposée.

Les perspectives de notre travail sont multiples :

- A court terme (deux ans)
 - Réalisation d'un convertisseur multicellulaire susceptible de tenir le comportement chaotique (c'est-à-dire la tension aux bornes des capacités et des interrupteurs, suppression des éventuelles phénomènes de Zénon, réalisation de la charge non linéaire,...) ;
 - Test du comportement chaotique ;
 - Vérification que la commande proposée permet de réguler le système dans sa globalité.
- A moyen terme (cinq ans)
 - La généralisation de cette étude au cas d'un onduleur triphasé avec charge linéaire équilibré ou non ;
 - Le développement des stratégies de commandes basées sur les observateurs dans les cas : hacheur et onduleur.
- A long terme (plus de cinq ans)
 - Classifier les bifurcations pour les systèmes commutés (cf ce qui a été fait pour les systèmes non lisses) ;
 - Etudier si il est possible d'avoir une représentation des comportements chaotiques sous forme d'exposants de Lyapunov pour de tels systèmes ;
 - Etudier si il est possible d'obtenir des formes normales.

Annexe A

Rappels sur la théorie du chaos

A.1 Systèmes dynamiques

A.1.1 Systèmes en temps continu

Définitions 1 : On appelle système dynamique tout système d'équations différentielles du premier ordre défini par :

$$\dot{x} = \frac{dx}{dt} = f(x, t, \mu) \quad (\text{A.1})$$

avec f un champ de vecteurs. $x \in U \subseteq \mathbb{R}^n$ est appelé vecteur d'état et $\mu \in V \subseteq \mathbb{R}^p$ vecteur des paramètres. Enfin t est la variable temporelle.

Définitions 2 : Lorsque le champ de vecteurs f ne dépend pas explicitement du temps, on dit que le système dynamique est autonome, on a alors : $\dot{x} = f(x)$. Dans le cas contraire il est non autonome.

Remarque 1 : Par un changement de variable approprié, on peut toujours transformer un système dynamique non autonome de dimension n en un système dynamique autonome équivalent¹ de dimension $n + 1$.

Définition 3 : Flot

Toute solution du système autonome $\phi_t(x)$ considérée comme un ensemble de trajectoires différentes conditions initiales, est appelée flot.

Définition 4 : Trajectoires

Soit x_0 une condition initiale et $x(t, x_0)$ la solution du système dynamique autonome. L'ensemble des points $\forall t \in \mathbb{R}, x(t, x_0)$ est la trajectoire² dans l'espace d'état passant au point x_0 à l'instant initial.

1. la variable supplémentaire étant le temps avec $\dot{x}_{n+1} = 1$.

2. les solutions doivent exister (théorème de Cauchy) et sont généralement locales

A.1.2 Systèmes en temps discret

Définition 5 : On appelle système dynamique discret tout système d'équations algébriques récurrentes défini par :

$$X_{k+1} = F(X_k, \mu) \quad (\text{A.2})$$

où F est la fonction matricielle de récurrence, $X_k \in U \subseteq \mathbb{R}^n$ le vecteur d'état à l'instant t_k et $\mu \in V \subseteq \mathbb{R}^p$ le vecteur des paramètres et $k \in \mathbb{N}$.

Définition 6 : La notion d'orbite en temps discret est équivalente à celle de trajectoire en temps continu. Contrairement aux systèmes en temps continu, les systèmes récurrents les plus simples, même unidimensionnels, peuvent produire des solutions chaotiques (La récurrence logistique, en est un célèbre exemple)

A.2 Classifications des solutions des systèmes dynamiques

Définition 7 : Solutions d'équilibre Soit un système dynamique autonome, la solution d'équilibre x_e est définie par :

$$\dot{x}_e = f(x_e) = 0 \quad (\text{A.3})$$

Les points de l'espace d'état vérifiant cette relation sont appelés points singuliers.

Une solution d'équilibre correspond à un point fixe dans l'espace d'état. Ce point fixe n'est pas nécessairement stable. Lorsqu'il est stable, le point fixe est un attracteur.

Définition 8 : Solutions périodiques Soit $x(t, x_0)$ la solution d'un système dynamique autonome ou non. $x(t, x_0)$ est une solution périodique si et seulement si :

$$\exists t > 0 \quad \forall t, \quad x(t + \tau, x_0) = x(t, x_0) \quad (\text{A.4})$$

Définition 9 : Solutions quasi - périodiques Soit $x(t, x_0)$ une solution du système dynamique (A.1) et soit $T = \{T_1, T_2, \dots, T_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ un ensemble fini de réels linéairement indépendants. On dit que $x(t, x_0)$ est une solution quasi périodique de (A.1) si elle est périodique pour chacune des périodes T_i de T . La solution $x(t, x_0)$ est également dite n-périodique.

Définition 10 : Solution Chaotique Une solution chaotique est un comportement asymptotique borné qui n'est ni un point d'équilibre, ni une solution périodique ou quasi - périodique, ni une solution s'échappant vers un infini (c'est - à - dire on reste dans un borne) [135].

Le chaos peut donc être défini par défaut des autres types de solutions sachant qu'il n'existe pas de définition à la fois formelle et générale du chaos unanimement connue. Pratiquement, une dynamique chaotique peut être identifiée, en première analyse, par la reconnaissance de propriétés caractéristiques :

- Trajectoires typiques ;
- attracteurs étranges ;
- spectres ;
- sensibilité aux conditions initiales.

A.3 Stabilité des systèmes dynamiques

A.3.1 Stabilité de Lyapunov

Définition 11 : (stabilité) L'origine est un point d'équilibre stable au sens de Lyapunov pour (3), si :

$$\forall \varepsilon > 0, \exists \delta > 0 \text{ tel que } \|x_0\| < \delta \Rightarrow \|x(t)\| < \varepsilon$$

($\|\cdot\|$ désigne la norme dans \mathbb{R}^n). Dans le cas contraire, on dit que l'origine est instable.

Définition 12 : (attractivité) L'origine est un point d'équilibre attractif, pour (3), si :

$$\forall \varepsilon > 0, \exists \delta > 0 \text{ tel que } \|x_0\| < \delta \rightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = 0$$

Lorsque $\delta \rightarrow \infty$ on dit que l'origine est globalement attractive.

Définition 13 : (stabilité asymptotique) L'origine est un point d'équilibre asymptotiquement (respectivement globalement asymptotiquement) stable pour (3) s'il est stable et attractif (respectivement globalement attractif).

A.3.2 Méthode directe de Lyapunov

La méthode directe de Lyapunov cherche à générer une fonction scalaire de type énergétique qui puisse admettre une dérivée négative, afin que la stabilité soit assurée sans qu'on puisse résoudre explicitement le système considéré.

Définition 14 : (Fonction définie positive) Une fonction scalaire $V(x)$ continûment différentiable (par rapport à x) est dite définie positive dans une région Ω autour de l'origine si :

1. $V(0) = 0$.
2. $V(0) > 0 \forall x \in \Omega$ tel que $x \neq 0$

si (2) est remplacée par $V(x) \geq 0$ alors la fonction est dite définie semi – positive.

Définition 15 : (Fonction quadratique définie positive) La fonction quadratique $V(x) = x^T Q x$, où $Q \in \mathbb{R}^{(n \times n)}$ est une matrice réelle symétrique, est dite définie positive, si toutes les valeurs propres de la matrice Q sont strictement positives.

Définition 16 : (Fonction de Lyapunov) Soit x_e un point fixe de (3). Soit $V : W \rightarrow \mathbb{R}$, une fonction différentiable définie sur un voisinage W de x_e telle que $V(x_e) = 0$ et $V(x) > 0$ si $x \neq x_e$. Posons :

$$\dot{V} = \sum_{j=1}^n \frac{\partial V}{\partial x_j} \dot{x}_j = \sum_{j=1}^n \frac{\partial V}{\partial x_j} f_j(x)$$

La fonction $V(x)$ est appelée fonction de Lyapunov

Théorème 1. (Lyapunov)

1. Si $\dot{V} \leq 0$ dans $W - \{x_e\}$ alors x_e est stable ;
2. Si $\dot{V} < 0$ dans $W - \{x_e\}$ alors x_e est asymptotiquement stable ;
3. Si $\dot{V} > 0$ dans $W - \{x_e\}$ alors x_e est instable

Ce théorème offre une condition suffisante de stabilité, mais, ne guide pas l'utilisateur dans le choix de la fonction de Lyapunov et ne permet pas de conclure de l'existence d'une telle fonction. Une fonction de Lyapunov candidate est donc une fonction définie positive, dont on teste la décroissance autour du point d'équilibre afin de garantir la stabilité du système impliqué. L'étude des méthodes qui permettent de construire cette fonction pour un système donné a motivé une littérature très abondante ces dernières décennies [58], [136], [137]. Les formes quadratiques sont généralement les plus utilisées, lorsqu'on cherche à prouver la stabilité par la méthode de Lyapunov ; notamment les fonctions définies positives qui sont des intégrales premières du système idéalisé (par exemple l'énergie totale d'un système mécanique conservatif).

A.4 Quelques outils de la théorie du chaos

A.4.1 Le portrait de phase

On peut décrire de façon précise le comportement d'un système dynamique en le projetant dans l'espace paramétrique des phases. Son évolution dynamique sera alors représentée complètement, en traçant les courbes paramétriques dans un espace des phases à deux ou trois dimensions, correspondant aux variables les plus intéressantes de l'espace des phases. Les trajectoires ainsi obtenues constituent le portrait de phase. À partir des différents portraits de phase, on peut ainsi déduire les comportements suivants :

- Dans l'espace des phases de dimension 2, une ellipse ou un cercle ou toute autre forme géométrique fermée (on parle d'attracteurs périodiques) représente une trajectoire périodique.
- Dans un espace des phases de dimension 3, des surfaces bidimensionnelles bornées (c'est – à – dire des tores ou attracteurs quasi – périodiques) représentent un comportement quasi – périodique.
- Dans un espace des phases de dimension 2 ou 3, des trajectoires irrégulières et relativement complexes (on parle d'attracteurs étranges) représentent un comportement chaotique. On explique ce phénomène par les principes de l'étirement, de la compression et du repliement, qui sont devenus une caractéristique des attracteurs étranges. Un attracteur chaotique possède en effet la propriété remarquable suivante : la trajectoire ne repasse jamais par un même état. Ce qui signifie, entre autres, que cette trajectoire passe par une infinité d'états.

A.4.2 La sensibilité aux conditions initiales (SCI)

La sensibilité des trajectoires chaotiques aux conditions initiales est une autre caractéristique permettant de reconnaître un comportement chaotique. Quelle que soit la proximité de deux états initiaux, les trajectoires qui en sont issues divergent rapidement l'une de l'autre. Elles restent cependant liées au même attracteur donc, confinées dans un espace borné. Il est en particulier clair que, la moindre erreur ou simple imprécision sur la condition initiale, interdit de décider à tout temps quelle sera la trajectoire effectivement suivie et, en conséquence, de faire une prédiction autre que statistique sur le devenir à long terme du système. Ainsi, bien que l'on traite de systèmes déterministes, il est impossible de prévoir à long terme leurs comportements. Un événement insignifiant n'a donc pas toujours des conséquences insignifiantes (c'est l'effet papillon). Illustrons ce phénomène de SCI par une simu-

lation numérique du système de Lorenz.

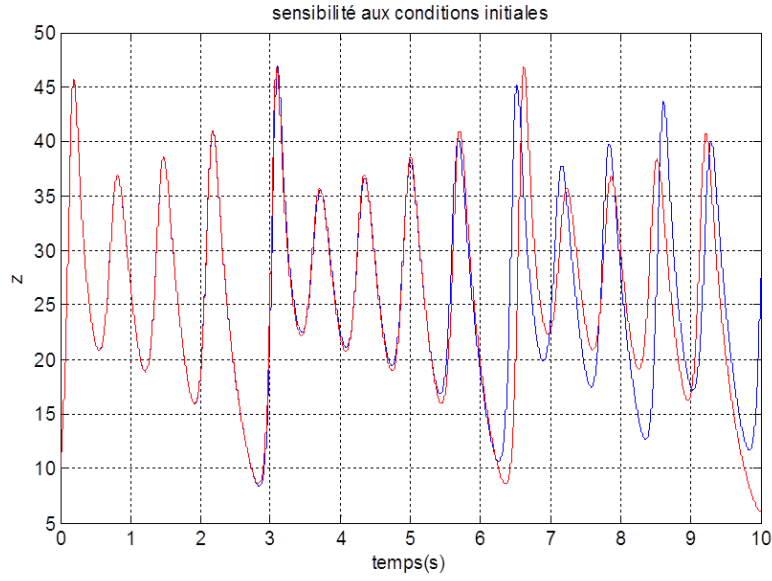


FIGURE A.1 – Evolution dans le temps pour deux conditions initiales très voisines

A.4.3 Les exposants de Lyapunov (EL)

Les exposants de Lyapunov (EL) constituent une généralisation des valeurs propres d'un système dynamique. Ils mesurent l'attraction ou la séparation exponentielle dans le temps de deux trajectoires adjacentes dans l'espace des phases. Pour calculer les exposants de Lyapunov, il est commode de linéariser les équations du mouvement au voisinage d'un point x_0 d'une trajectoire. L'équation aux variations définit alors la matrice jacobienne J_0 du champ f (système autonome) en x_0 , dont les valeurs propres sont reliées aux exposants de Lyapunov λ_i par la relation :

$$\lambda_i = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \ln |\sigma_i(t)| \quad (\text{A.5})$$

Avec σ_i , la $i^{\text{ème}}$ valeur propre de J_0 et $i = 1, \dots, n$

Ces exposants renseignent directement sur la dynamique du système, et permettent donc de mesurer le chaos. Par exemple, pour un système d'ordre 3, la seule possibilité pour avoir un attracteur chaotique est telle que : $\lambda_1 > 0, \lambda_2 = 0, \lambda_3 < 0$; avec une condition supplémentaire de stabilité du chaos : $\lambda_3 < -\lambda_1$.

Il est possible d'avoir plusieurs exposants positifs pour un système d'ordre supérieur à 3 ; c'est ainsi que pour un système du quatrième ordre, nous avons trois possibilités, résumées sur le tableau 1. L'algorithme de calcul proposé par Wolf et al. [10] permet

λ_1	λ_2	λ_3	λ_4	observation
+	0	-	-	$0 > \lambda_3 \geq \lambda_4$ (chaos)
+	+	0	-	$\lambda_1 \geq \lambda_2 > 0$ (hyperchaos)
+	0	0	-	Double tore chaotique

TABLE A.1 – Signes possibles des exposants de Lyapunov pour un système du 4^{ème} ordre

de calculer numériquement les exposants de Lyapunov d'un système dynamique.

A.4.4 Dimension de Lyapunov (DL)

Une autre méthode de classification du comportement asymptotique est la dimension de Lyapunov (DL). Si $\lambda_1 \leq \dots \leq \lambda_n$ sont les EL du système dynamique, classés dans l'ordre décroissant et j un entier tel que $\lambda_1 + \dots + \lambda_j \geq 0$, alors, pour les espaces de phase de dimension plus grand que 2, DL telle que proposée par Fredrickson et al. [142] sera définie comme suit :

$$D_L = j + \frac{\lambda_1 + \dots + \lambda_j}{|\lambda_{j+1}|}$$

Une dimension non entière est considérée comme un critère d'existence d'un comportement chaotique. Les attracteurs chaotiques sont donc des fractales car ils possèdent une dimension fractionnaire.

A.4.5 La section de Poincaré

Faire une section de Poincaré revient à couper la trajectoire d'un système dans l'espace des phases, afin d'étudier les intersections de cette trajectoire avec, par exemple en dimension trois, un plan. Si le plan est convenablement choisi, la trajectoire le traversera dans le même sens à une suite d'instantanés non nécessairement constants, en des points P_k . On ne retiendra, dans le calcul numérique, que les coordonnées des points P_k dans le plan. On passe alors d'un système dynamique à temps continu à un système dynamique à temps discret. Cela permet ainsi de réduire la dimension du système d'une unité, ce qui correspond à une notable économie en temps de calculs. La section de Poincaré permet de distinguer clairement les régimes quasi – périodiques des régimes chaotiques. S'il n'existe qu'un nombre fini de points P_k différents, on pourra conclure que la solution est périodique. Si les points P_k semblent situés sur une courbe fermée continue, la solution peut être quasi – périodique. Le tableau ci - dessous résume de manière générale les différents cas.

État stable	Flot	Section de Poincaré	Dimension	Exposants (λ_i) de Lyapunov
Point d'équilibre	Point		0	$\lambda_n \leq \dots \leq \lambda_1$
Périodique	Cercle	Un ou plus de points	1	$\lambda_1 = 0, \lambda_n \leq \dots \lambda_2 < 0$
Bi – périodique	Tore	Une ou plus de courbes fermées	2	$\lambda_1 = \lambda_2 = 0, \lambda_n \leq \dots \lambda_3 < 0$
k – périodique	k – Tores	Un ou plus de $(k + 1)$ tores	k	$\lambda_1 = \dots \lambda_k = 0, \lambda_n \leq \dots \lambda_{k+1} < 0$
Chaotique	Complexe, Irrégulier	Ensemble de points non organisés	non entière	$\lambda_1 > 0, \sum \lambda_i < 0$

TABLE A.2 – Résumé des différents cas rencontrés

A.4.6 Le diagramme de bifurcation

Un système différentiel non linéaire peut admettre plusieurs attracteurs vers lesquels convergent les trajectoires selon leurs états initiaux. La solution peut aussi changer de nature lorsque les paramètres du système évoluent. Le phénomène de bifurcation concerne ce second cas de figure. Le diagramme de bifurcation est un tracé repérant la nature des différentes solutions du système et leur stabilité lorsqu'un paramètre varie. C'est un outil efficace pour évaluer rapidement l'ensemble des solutions possibles d'un système en fonction des variations de l'un de ses paramètres. Il permet en effet de repérer les valeurs particulières du paramètre qui induisent des bifurcations. Construire le diagramme de bifurcation d'un système autonome n'est pas très difficile, il suffit de résoudre numériquement les équations (avec un pas d'intégration suffisamment petit), de faire une section de Poincaré pour une valeur fixée d'un des paramètres du système, puis de recommencer avec diverses valeurs de ce paramètre. Le diagramme portera les valeurs du paramètre en abscisse et des valeurs particulières d'une des variables d'état en ordonnée, lorsque le régime asymptotique est atteint.

- Un seul point sur une verticale indique un fonctionnement périodique fondamental.
- Un ensemble de points distincts est la marque d'un régime sous – harmonique.
- Lorsque les points se répartissent densément sur un segment de la verticale, on peut en déduire que la solution est apériodique mais il n'est pas possible de préciser si elle est quasi – périodique ou chaotique. Seul le tracé de la section de Poincaré peut clarifier le phénomène. Cependant, il est utile de signaler que, prouver l'existence des solutions périodiques ou chaotiques par le diagramme de bifurcation est généralement très coûteux en temps de simulation.

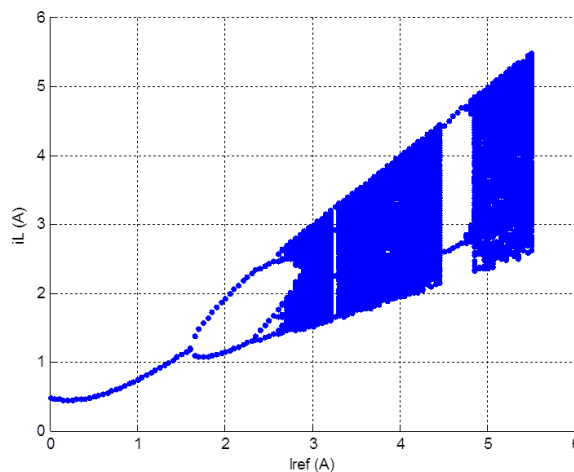


FIGURE A.2 – Diagramme de bifurcation du convertisseur boost

A.4.7 La représentation spectrale

Le spectre d'un signal permet de caractériser qualitativement les solutions d'un système dynamique. En effet, il est possible à long terme d'évaluer la complexité fréquentielle du chaos. Pour cela, on utilise la transformée de Fourier numérique du signal. Celle-ci donnera le spectre de fréquences composant le signal chaotique. Si ce spectre est continu, on aura plutôt tendance à penser que le signal est complètement aperiodique. Le spectre d'un signal chaotique est en effet très étendu.

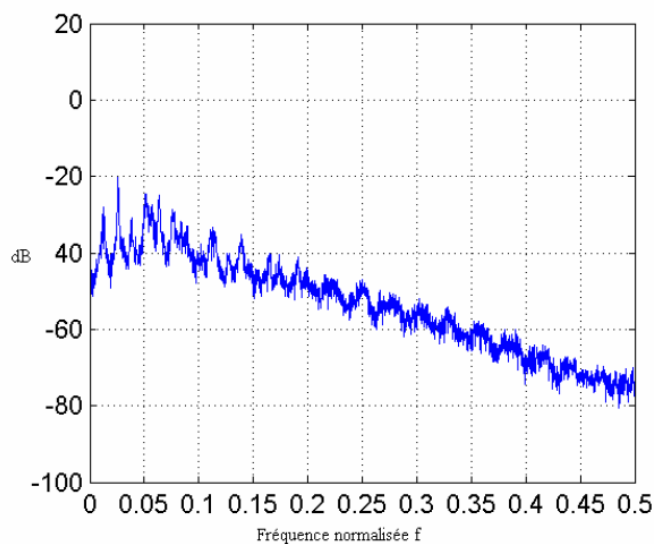


FIGURE A.3 – Spectre de Fourier d'un signal chaotique (circuit de Colpitts).

Annexe B

Rappels sur les réseaux de Petri

B.1 Définition

Un Réseau de Petri (RdP) est un graphe orienté comprenant deux types de sommets :

- les places,
- les transitions

Ils sont reliés par des arcs orientés . Un arc relie soit une place à une transition, soit une transition à une place jamais une place à une place ou une transition à une transition. Tout arc doit avoir à son extrémité un sommet (place ou transition).

Une place correspond à une variable d'état du système qui va être modélisé et une transition à un événement et / ou une action qui va entraîner l'évolution des variables d'état du système. A un instant donné, une place contient un certain nombre de marques ou jetons qui va évoluer en fonction du temps : il indique la valeur de la variable d'état à cet instant. Quand un arc relie une place à une transition, cela indique que la valeur de la variable d'état associée à la place influence l'occurrence de l'événement associé à la transition. Quand un arc relie une transition à une place, cela veut dire que l'occurrence de l'événement associé à la transition influence la valeur de la variable d'état associée à la place. On distingue les réseaux de Petri autonomes, les réseaux de Petri continus, les réseaux de Petri hybrides, les réseaux de Petri temporels, etc.

B.2 Réseaux de Petri autonomes

Un réseau de Petri autonome est un graphe orienté qui comporte deux types de nœuds : les places représentées par des cercles et les transitions représentées par des traits (figure B.1). À chaque place est associé un marquage qui est un nombre entier correspondant au nombre de jetons dans la place. Le marquage correspond à l'ordre croissant des indices. Sur la figure B.1 les transitions T_1 et T_3 sont sensibilisées parce qu'il y a au moins un jeton dans chaque place d'entrée de ces transitions. Le franchissement consiste à retirer un jeton de chacune des places d'entrée et à rajouter un jeton à chaque place de sortie de la transition franchie. Tous les franchissements possibles apparaissent sur le graphe des marquages et on peut constater qu'il y a 6 états possibles [126].

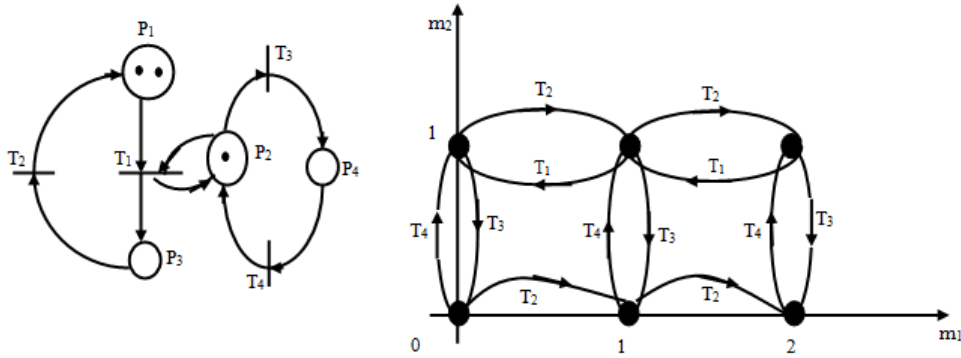


FIGURE B.1 – Réseaux de Petri et son espace de marquage

B.3 Réseaux de Petri continus

Un réseau de Petri continu (RdPC) est défini comme un cas limite de réseau de Petri discret : chaque jeton est découpé en k jetons plus petits et k tend vers l'infini. La figure B.2 montre un RdPC : les places et transitions sont représentées à l'aide de doubles traits. Dans l'état initial, les transitions T_1 et T_3 sont sensibilisées, puisque les marquages de leur place d'entrée ne sont pas nuls. Ces deux transitions peuvent être franchies. On définit maintenant une quantité de franchissement qui est un nombre réel compris entre 0 et 1. On peut observer qu'il y a un nombre infini de marquages accessibles qui correspondent à la partie grisée du plan (figure B.2) [126].

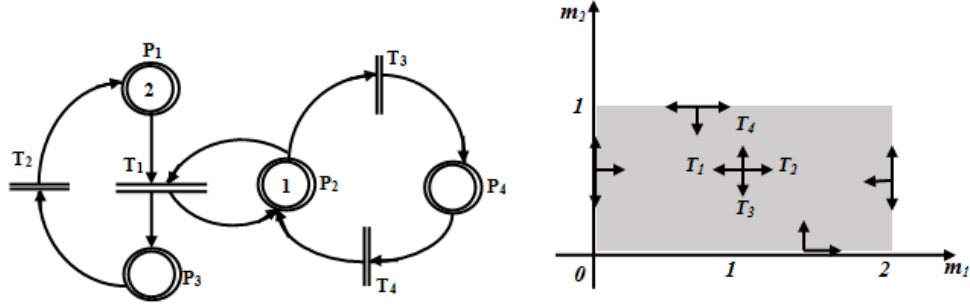


FIGURE B.2 – Réseaux de Petri Continu et son espace de marquage

B.4 Réseaux de Petri hybrides

Les réseaux de Petri hybrides (RdPH) [123] constituent une extension des RdP qui unifie dans un même formalisme la modélisation des parties discrètes et des parties continues d'un système (figure B.3)figure 6). Sur cet exemple, les places continues sont P_1 et P_3 et les transitions continues correspondent à T_1 et T_2 . D'autre part, les places discrètes sont P_2 et P_4 et les transitions discrètes correspondent à T_3 et T_4 . Le marquage accessible correspond aux deux segments grisés (figure B.3). On se déplace de façon continue le long d'un segment par franchissement continu de T_1 ou T_2 et on commute d'un segment à l'autre par le franchissement discret de T_3 ou T_4 .

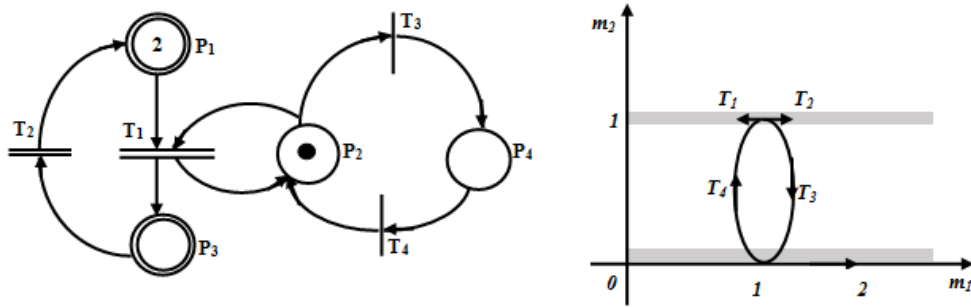


FIGURE B.3 – Réseaux de Petri Hybride et son espace de marquage

B.5 Réseaux de Petri dépendant du temps

Pour représenter le comportement des systèmes dynamiques, il est nécessaire de modéliser le temps. Certaines extensions des réseaux de Petri permettent cette modélisation : il s'agit des réseaux de Petri temporisés (RdPT) [127], [128], [129], [130], [131], [132]. Le temps peut être associé indifféremment aux places ou aux transitions du RdPT. Nous considérerons ici uniquement le cas où le temps est associé aux transitions [126] (figure B.4).

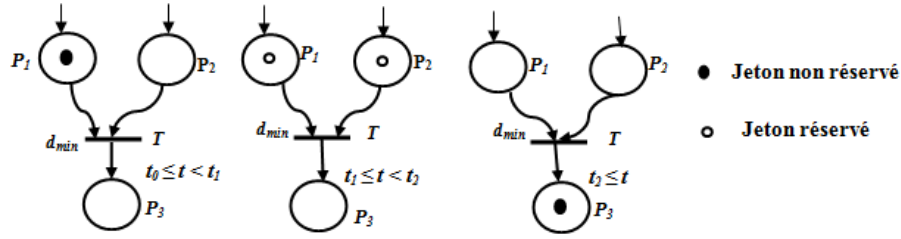


FIGURE B.4 – Franchissement des transitions dans un réseau de Petri temporisé

Annexe C

Les sections de Poincaré des différentes configurations du hacheur à cinq cellules lié à une charge non linéaire

C.1 Les sections de Poincaré de la configuration $[-1\ 1\ 0\ -1\ 0]$

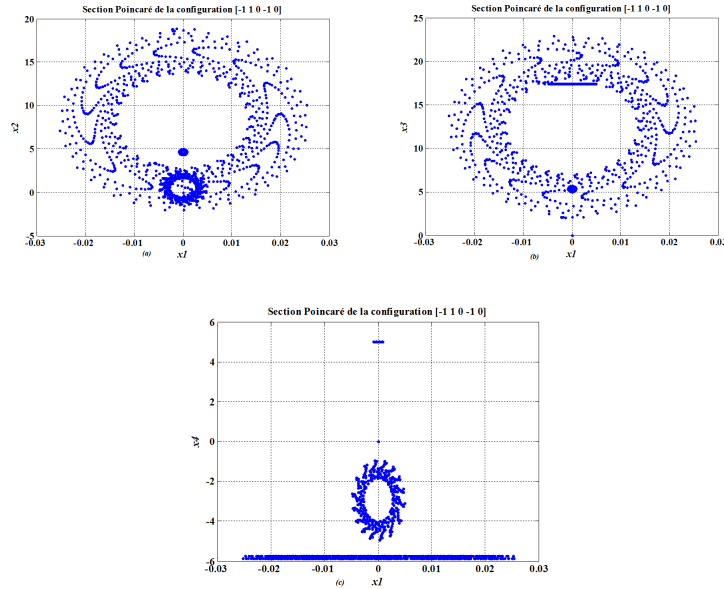


FIGURE C.1 – Sections de Poincaré de la configuration $[-1\ 1\ 0\ -1\ 0]$

C.2 Les sections de Poincaré de la configuration

$$[-101 - 10]$$

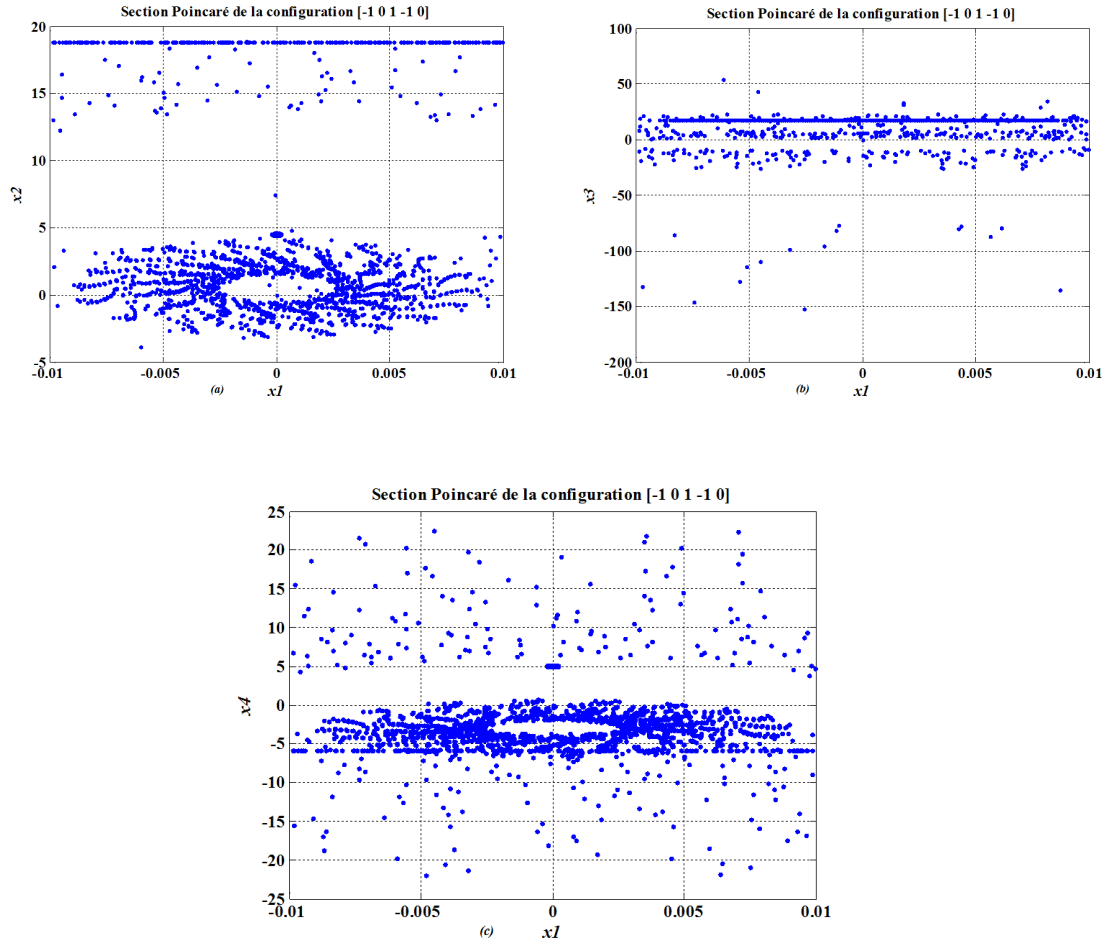
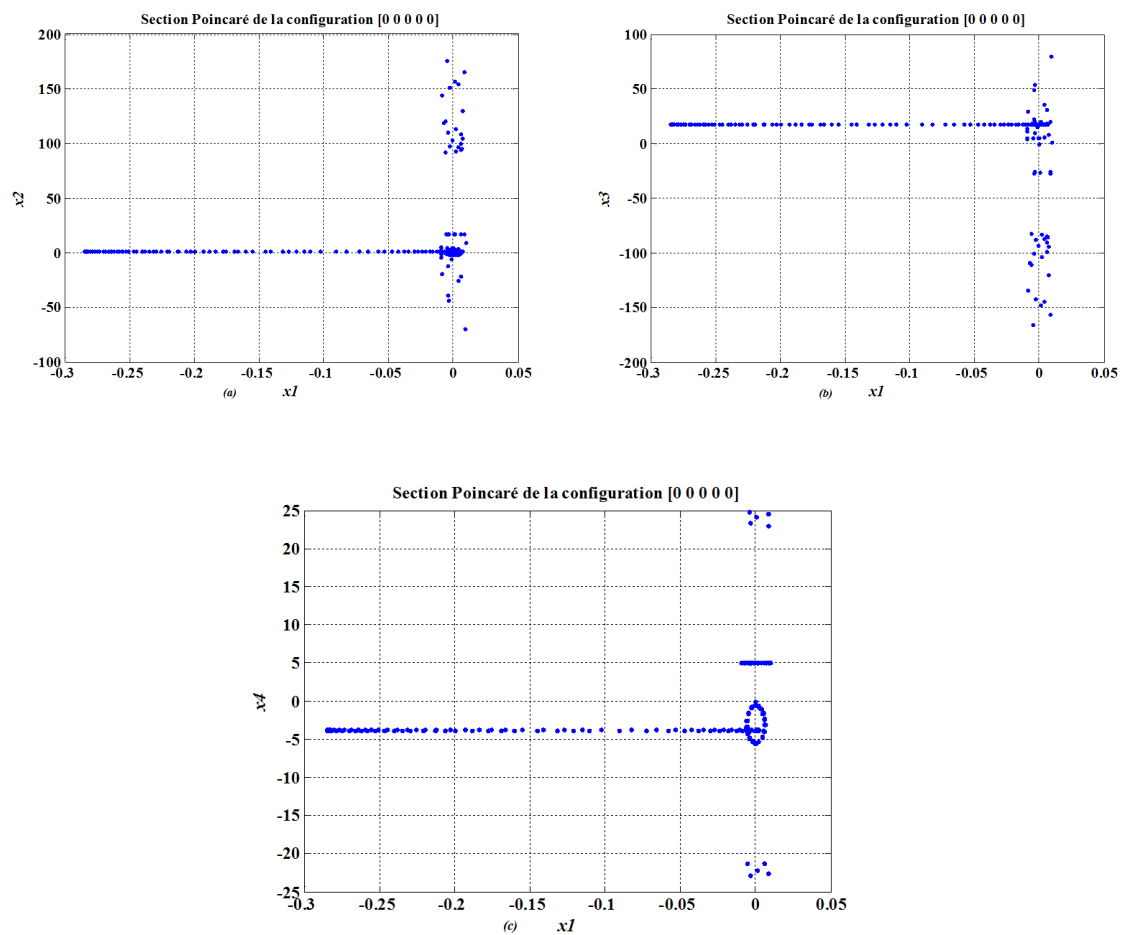


FIGURE C.2 – Sections de Poincaré de la configuration $[-101 - 10]$

C.3 Les sections de Poincaré de la configuration $[00000]$

FIGURE C.3 – Sections de Poincaré de la configuration $[00000]$

C.4 Les sections de Poincaré de la configuration

$$[1 - 1011]$$

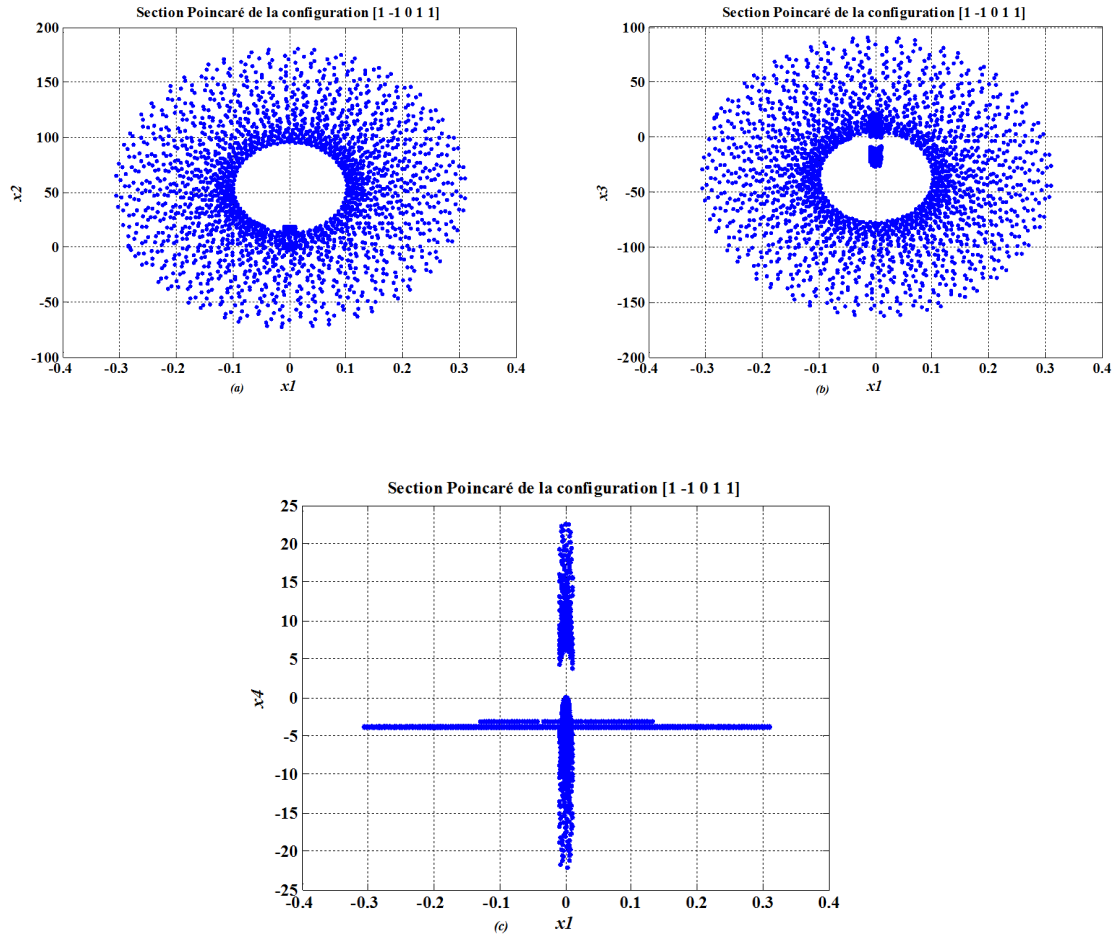


FIGURE C.4 – Sections de Poincaré de la configuration $[1 - 1011]$

C.5 Les sections de Poincaré de la configuration $[01 - 100]$

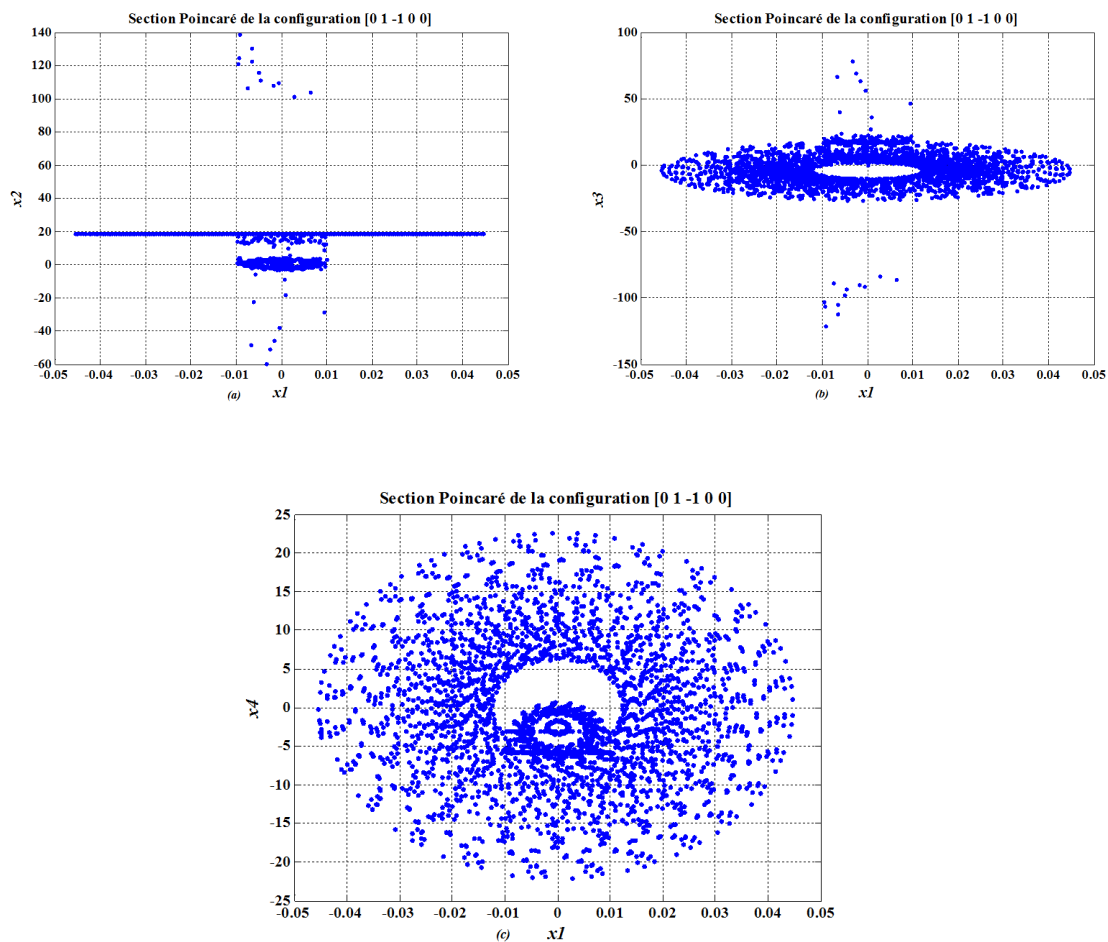


FIGURE C.5 – Sections de Poincaré de la configuration $[01 - 100]$

Bibliographie

- [1] G. Blanchet, M. Charbit, *Traitement Numérique du Signal, Simulation sous Matlab*, Paris Hermes, 1998.
- [2] S. Banerjee, G. Verghese, *Nonlinear phenomena in power electronics*, IEEE press, New York, 2001
- [3] H. Dang-Vu, C. Delcarte, *Bifurcations et chaos, une introduction à la dynamique contemporaine avec des programmes en Pascal, Fortran et Mathematica*, Paris Ellipses, 2000.
- [4] J. - L. Cocquerelle, C. Pasquier, *Rayonnement électromagnétique des convertisseurs à découpage*, Paris EDP Sciences, 2002
- [5] T. Kapitaniak, *Chaos for Engineers, Theory, Applications, and Control*, Berlin Springer, 2000.
- [6] V. Utkin, J. Gujdner, J. Shi, *Sliding Mode Control in Electromechanical Systems*, London, Taylor - Francis, 1999.
- [7] G. Chen, *Controlling Chaos and Bifurcations in Engineering Systems*, London CRC Press, 1999.
- [8] C. Morel, M. Bourcerie, F. Chapeau – Blondeau, *Generating independent chaotic attractors by chaos anticontrol in nonlinear circuits*, Chaos, Solitons and Fractals, Vol. 26, no. 2, pp. 541 – 549, 2005.
- [9] L. O. Chua, M. Komuro, T. Matsumoto *The double scroll family, part I and II*, IEEE Transactions on Circuits and Systems-I : Fundamental Theory and Application, Vol. 33, no. 11, pp. 1073 – 1118, 1986.
- [10] L. Rifford, *Problèmes de stabilisation en théorie du contrôle*, Thèse de doctorat de l'université Claude Bernard – Lyon 1, 2000
- [11] M. Di Bernardo, K. Tse Chi, *Chaos in Power Electronics : An Overview*, Chaos in Circuits and Systems, World Scientific, pp. 317 - 340, 2002
- [12] E. Fossas, G. Olivar, *Study of chaos in the Buck converter*, IEEE Transactions on Circuits and Systems-I : Fundamental Theory and Application, vol. 43, no. 1, pp. 13 - 25, 1996

- [13] D. C. Hamill, J. H. B. Deane, D. J. Jefferies, *Modeling of chaotic DC-DC converters by iterated nonlinear mappings*, IEEE Transactions on Power Electronics, vol. 7, no. 1, pp. 25 - 36, 1992
- [14] M. Di Bernardo, L. Garofalo, F. Vasca, *Switchings, bifurcations, and chaos in DC-DC converters*, IEEE Transactions on Circuits and Systems - I : Fundamental, Theory and Application, Elsevier Science, vol. 45, no. 2, pp. 133 - 141, 1998
- [15] M. Di Bernardo, C. Budd, A. R. Champneys, P. Kowalczyk, G. Olivar, P. T. Piiroinen, *Bifurcations in nonsmooth dynamical systems*, SIAM review, vol. 50, no. 4, pp. 629 - 701, 2008
- [16] B. Robert, M.- C. Marion - Perai, C. Goedel, *Dynamiques apériodiques et chaotiques du moteur pas à pas*, Revue Internationale de Génie Électrique, vol. 3, pp. 375 - 410, 2000
- [17] B. Robert, A. El Aroudi, M. Fadel, *Modélisation en temps discret d'un convertisseur d'énergie électrique*, Rencontre du non-linéaire, 2005
- [18] B. Robert, A. El Aroudi, *Discrete time model of a multicell dc/dc converter : Nonlinear approach*, Elsevier, Mathematics and computers in simulation, vol. 71 no. 4-6, pp. 310 - 319, 2005
- [19] B. Robert, C. Goedel, *Modélisation quasi-linéaire des convertisseurs DC/DC à découpage*, Journées d'études SEE, méthodes de l'automatique appliquées à l'électrotechnique, lille , 1994
- [20] B. Robert, O. Nourelalaoui, F. Gellot, V. Carre-Menetrier, *Le modèle réseaux de Petri en électrotechnique*, Conférence internationale sur l'automatisation des processus mixtes No. 3, Reims , FRANCE, pp. pp. 383 - 389, 19/03/1998
- [21] M. Feki, A. El Aroudi, B. Robert, L. Martinez-Salamero, *Optimizing the dynamics of a two-cell DC-DC buck converter by time delayed feedback control*, Elsevier, Communication in Nonlinear Science and Numerical Simulation, vol. 16, no. 11, pp. 4349 - 4364, 2011. doi :10.1016/j.cnsns.2011.02.014
- [22] F. Alin, B. Robert, C. Goedel, *Application de la théorie du chaos à l'approche expérimentale de la dynamique non linéaire d'un moteur pas à pas*, Journées Doctoral d'Automatique JDA'01, Toulouse, France, pp. 231 - 236, 2001
- [23] F. El Guezar, H. Bouzahir, *Chaotic Behavior in a Switched Dynamical System*, Modeling and Simulation in Engineering, Article ID 798395, 6 pages, 2008
- [24] A. Van der Schaft, H. Schumacher, *An introduction to hybrid dynamical systems*, Springer, Berlin, 2000

- [25] J. Zaytoon, *Systèmes dynamiques hybrides*, Hermès Science Publication, Paris, 2001
- [26] S. Sastry, *Nonlinear systems : analysis, stability, and control*, Springer-Verlag, New York, 1999.
- [27] D. Liberzon, *Switching in Systems and Control*, Systems and Control : Foundation and Applications. Birkhauser, 2003
- [28] A. N. Tykhonov, *Systems of differential equations containing small parameters multiplying the derivatives*, Mat. Sborn., vol. 31, pp. 575 - 586, 1952.
- [29] J. Zaytoon, Y. Quenec'Hdu, *Systèmes dynamiques hybrides, chapitre Sur la modelisation des systèmes hybrides*, Hermès Science publications, Paris, pp. 87 - 91, 2001
- [30] R. A. Decarlo, M. S. Branicky, B. Lennartson, *Perspectives and results on the stability and stabilizability of hybrid systems*, IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 88, no. 7, pp. 1069 - 1082, 2000
- [31] Z. Sun, S. Ge, *Analysis and synthesis of switched linear control systems*, Automatica, vol. 41, no. 2, pp. 181 - 195, 2005
- [32] R. Bourdais, L. Hetel, J. Daafouz, W. Perruquetti, *stabilité et stabilisation d'une classe de systèmes dynamiques hybrides*, Journal Européen Systèmes Automatisés, ISSN 1269 - 935, vol. 41, no. 7 - 8, pp. 819 - 853, 2007
- [33] R. Shorten, F. Wirth, O. Mason, K. Wulff, C. King, *Stability criteria for switched and hybrid systems*, SIAM Rev., vol. 49, no. 4, pp. 545 - 592, 2007
- [34] Z. Li, Y. Soh, C. Wen, *Switched and impulsive systems : analysis, design and applications*, volume 2034 of Lecture Notes in Computer Science, Springer, 2005
- [35] Z. Sun, S. Ge, *Switched Linear Systems : Control And Design*, Springer-Verlag, London, 2005
- [36] L. Bako, *Contribution à l'identification de systèmes dynamiques hybrides*, PhD thesis, Université des Sciences et Technologies de Lille, 2008
- [37] S. Dasgupta, G. Chockalingam, B. D. O. Anderson, M. Fu, *Lyapunov functions for uncertain systems with applications to the stability to time varying systems*, IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 41, 1994
- [38] E. Fridman, Alexandre Seuret, Jean - Pierre Richard, *Robust sampled-data stabilization of linear systems : an input delay approach*, Automatica, vol. 40, pp. 1441 - 1446, 2004

- [39] K. E. Bouazza, M. Boutayeb, M. Darouach, *State feedback stabilization of a class of nonlinear discrete-time delay systems*, In Proceedings of the 6th IFAC World Congress, Prague, Czech Republic, 2005
- [40] G. Kequin, Vladimir L Kharitonov, Jie Chen, *Stability of Time - Delay Systems*, Birkhauser, 2003
- [41] M. B. G. Cloosterman, N. Van de Wouw, W. P. M. H. Heemels, H. Nijmeijer, *Robust stability of networked control systems with time-varying network-induced delays*, In 45th IEEE Conference on Decision and Control, San Diego, USA, 2006
- [42] M. Branicky, *Studies in Hybrid Systems : Modeling, Analysis, and Control*, PhD thesis of Massachusetts Institute of Technologie, 1995
- [43] M. Branicky, *Multiple lyapunov functions and other analysis tools for switched and hybrid systems*, IEEE Trans. Automat. Contr., vol. 43, pp. 475 - 482, 1998
- [44] A. Chamroo, *Contribution à l'étude des Systèmes à Fonctionnement par Morceaux : Application à l'Identification en Ligne et à la commande en Temps Réel*, thèse de doctorat de l'Université des Sciences et Technologie de Lille, 2006
- [45] J. M. Gonçalves, *Constructive Global Analysis of Hybrid Systems*, PhD thesis of Massachusetts Institute of Technology, September 2000
- [46] D. Liberzon, R. S. Morse, *Basic problems in stability and design of switched systems*, IEEE Control Systems Magazine, Oct 1999
- [47] M. Rubensson, *Stability proprieties of Switched Dynamical Systems : A Linear matrix Inequality Approach*, PhD thesis of Chalmers University of Technology, April 2003
- [48] S. Pettersson, B. Lennartson, *Stability and robustness for hybrid systems*, In 35th Conf. Decision and Contr., pp. 1202 - 1207, 1996
- [49] M. Johansson, A. Rantzer, *Computation of piecewise quadratic lyapunov functions for hybrid systems*, IEEE Transaction on Automatic Control, vol. 43, no. 4, pp. 555 - 559, April 1998
- [50] Q. Hu, D. Cheng, *Stabilizer design of planar switched linear systems*, Systems and Control Letters, vol. 57, pp. 876 - 879, Oct 2008
- [51] D. Cheng, *Stabilization of planar switched systems*, Systems and Control Letters, vol. 51, pp. 79 - 88, Feb 2004
- [52] A. Molchanov, E. Pyatnitskiy, *Criteria of asymptotic stability of differential and difference inclusions encountered in control theory*, Systems and Control Letters, vol. 13, pp. 59 - 64, 1989

- [53] Y. Ohta, H. Imanishi, L. Gong, and H. Haneda, *Computer generated Lyapunov functions for a class of nonlinear systems*, IEEE Transactions on Circuits and Systems, vol. 40, pp. 343 - 354, 1993
- [54] S. Boyd, L. El Ghaoui, E. Feron, V. Balakrishnan, *Linear matrix inequalities in systems and control theory*, SIAM, Philadelphia, 1994
- [55] A. F. Filippov, *Differential equations with discontinuous righthand sides*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht/Boston/London, 1988.
- [56] F. H. Clarke, Yu S. Ledyaev, R. J. Stern, *Asymptotic Stability and Smooth Lyapunov Function*, J. Differential Equations, vol. 149, pp. 69 - 114, 1998.
- [57] W. P. Dayawansa, C. F. Martin, *A converse Lyapunov theorem for a class of dynamical systems which undergo switching*, IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 44, no. 4, 1999
- [58] K. H. Khalil, *Nonlinear Systems*, Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ, 2001
- [59] R. Bourdais, E. Moulay, W. Perruquetti, *Stabilisation de systèmes non linéaires à commutation à l'aide de fonctions de Lyapunov contrôlées*, Proc. Conférence Internationale Francophone d'Automatique, CIFA, 2006
- [60] T. Meynard and H. Foch, *Dispositif de conversion d'énergie électrique à semi - conducteur. Brevet français*, No. 91,09582, Europe, Japon, USA, Canada, 92,00652.
- [61] T. Meynard and H. Foch, *Multi - level choppers for high voltage applications*, EPE Journal, vol. 1, no. 1, 1992.
- [62] T. Meynard, M. Fadel, N. Aouda, *Modeling of Multi - level converters*, IEEE Transaction on Industrial Electronics, Vol. 44, no. 3, pp. 356 - 364, 1997.
- [63] T. Meynard, H. Foch, F. Forest, C. Turpin, F. Richardeau, L. Delmas, G. Gateau, E. Iefeuve, *Multicell converters : Derived topologies*, IEEE transactions on Industrial Electronics, V.49, No.5 pp.978 - 987, Special Issue on Multilevel converters, Octobre 2002.
- [64] T. Meynard, H. Foch, *Multi - level Conversion : High Voltage Choppers and Voltage - Source Inverter*, IEEE Power Electronics Specialist Conference, pp. 397 - 403, 1992
- [65] O. Bouchhida, *Contribution à l'Optimisation de Structure des Convertisseurs pour la Commande des Machines Asynchrones : Réalisation expérimentale*, Thèse de doctorat, Ecole Nationale Supérieure Polytechnique d'Alger, 2007.
- [66] G. Gateau, *Contribution à la commande des convertisseurs statiques multicellulaires série*, thèse de doctorat I.N.P. Toulouse, 1997.

- [67] P. Carrere, *Etude et réalisation des convertisseurs multicellulaires série à IGBT*, Thèse de doctorat, INPT, 1996.
- [68] A. Donzel, *Commande des convertisseurs multiniveaux : Application à un moteur asynchrone*, Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble, 2000.
- [69] O. Tachon, *Commande découplante linéaire des convertisseurs multicellulaires série*, Thèse de doctorat, INPT, 1998.
- [70] D. Pinon, *commandes des convertisseurs multicellulaires par mode de glissement*, Thèse de doctorat, INPT, 2000
- [71] M. Aimé, *Evaluation et optimisation de la bande passante des convertisseurs statiques : Application aux nouvelles structures multicellulaires* Thèse de doctorat, INPT, 2003
- [72] O. Bethoux, *Commande et détection de défaillance d'un convertisseur multicellulaire série*, Thèse de doctorat, Ecole Doctorale Sciences et Ingénierie, Université de Cergy - Pontoise, 2005.
- [73] K. Benmansour, *Réalisation d'un banc d'essai pour la Commande et l'Observation des Convertisseurs Multicellulaires Série : Approche Hybride*, Thèse de doctorat, Université de Cergy - Pontoise, 2009
- [74] B. Amghar, *Modélisation, observabilité et commande de convertisseurs multicellulaires parallèles dans un environnement dédié*, Thèse de doctorat, EPMI, Université de Cergy – Pontoise, 2013
- [75] R. H. Baker, L. H. Bannister, *Electric power converter*, US Patent 3 867 643, 1975.
- [76] R. H. Baker, *Bridge converter circuit*, US Patent, No 4 270 163, August, 1979.
- [77] M. F. E. Gutiérrez, *Contribution à la définition de structures optimales d'onduleurs pour la commande des machines à courant alternatif*, Tèse de doctorat, Supélec, 2001.
- [78] V. Costan, *Convertisseurs Parallèles Entrelacés : Etude des Pertes Fer dans les Transformateurs Inter - cellules*, Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Toulouse, 2007
- [79] G. Gateau, T. Meynard, L. Delmas, H. Foch, *Stacked Multi – level converter : topology and control*, IEEE Journal, vol.12, no.2, 2001, pp. 14 - 18, 2001
- [80] P. Davances and T. meynard, *Etude des convertisseurs multicellulaires parrallèles : Analyse*, Journal Physique III, pp. 161 - 177, 1997

- [81] R. Ameer, M. Fadel, T. Meynard, *Sliding mode control for a shunt active filtering*, publication interne LEEI, 2003
- [82] L. Amet, M. Ghanes, J.-P. Barbot, *Direct control based on sliding mode techniques for multicell serial chopper*, IEEE ACC (American Control Conference) 2011
- [83] F. Salinas, M. Ghanes, J.P. Barbot, M. F. Escalante, B. Amghar, *Modeling and Control Design Based on Petri Nets for Serial Multicellular Choppers*, Control Systems Technology, IEEE Transactions on, vol. pp, no. 99, pp. 1 - 1, 2014
- [84] P. Davances and T. meynard, *Etude des convertisseurs multicellulaires parallèles : Modélisation*, Journal Physique III, pp. 143 - 160, 1997.
- [85] A. Nabae, I. Takahashi, H. Akagi, *A new neutral-point-clamped PWM inverter*, IEEE Trans. Industry Application, vol. IA - 17, pp. 518 - 523, 1981
- [86] S. Kouro, M. Malinowski, K. Gopakumar, J. Pou, L. G. Franquelo, B. Wu, J. Rodriguez, M. A. Pérez, J. I. Leon, *Recent Advances and Industrial Applications of Multilevel Converters*, IEEE Trans. Ind. Electronics, vol. 57, no. 8, pp. 2553 - 2580, 2010
- [87] J. Lu, X. Yu, and G. Chen, *Generating chaotic attractors with multiple merged basins of attraction : A switching piecewise-linear control approach* IEEE Transactions on Circuits and Systems -I : Fundamental Theory and Application, vol. 50 no. 2 pp.198 - 207, 2003.
- [88] J. Lu, X. Yu, T. Zhou, G. Chen, and X. Yang, *Generating chaos with a switching piecewise-linear controller*, Chaos, vol. 12, no. 2 pp. 344 - 349, 2002.
- [89] M. A. Aziz-Alaoui and G. Chen, *Asymptotic analysis of a new piecewise-linear chaotic system*, International Journal of Bifurcation and Chaos, vol. 12, no. 1, pp. 147 - 157, 2002.
- [90] C. K. Tse, *Complex Behavior of Switching Power Converters* New York CRC Press, 2003.
- [91] G. Chen and T. Ueta, *Chaos in Circuits and Systems*, London World Scientific, 2002.
- [92] W. K. S. Tang, G. Q. Zhong, G. Chen, and K. F. Man, *Generation of N-scroll attractors via sine function*, IEEE Transactions on Circuits and Systems -I : Fundamental Theory and Application, vol. 48, no. 11, pp. 1369 - 1372, 2001.
- [93] M. P. Kennedy, *Three steps to chaos - part I : Evolution*, IEEE Transactions on Circuits and Systems -I : Fundamental Theory and Application, vol. 40, no. 10, pp. 640 - 656, 1993.

- [94] L. P. Endersen and N. Skarland, *Limit cycle oscillations in pacemaker cells*, IEEE Transactions on Biomedical Engineering, vol. 47, no. 8, pp. 1 - 5, 2000.
- [95] R. W. Brockett and J. R. Wood, *Understanding power converter chaotic behavior mechanisms in protective and abnormal modes*, pp. E-14. Proceedings of POWERCON 11, 1984.
- [96] D. C. Hamill and D. J. Jeffries, *Subharmonics and chaos in a controlled switched-mode power converter*, IEEE Trans. Circuits Syst. I, vol. 35, no. 8, pp. 1059 - 1060, 1998.
- [97] J. H. B. Deane and D. C. Hamill, *Instability, subharmonics, and chaos in power electronic systems*, IEEE Trans. Power Electronics, vol. 5, pp. 260 - 268, 1990.
- [98] C. K. Tse, *Chaos from a buck switching regulator operating in discontinuous mode*, International Journal of Circuit Theory and Application, vol. 22, pp. 262 - 278, 1994.
- [99] C. K. Tse, *Flip bifurcation and chaos in three - state boost switching regulators*, IEEE Transactions on Circuits and Systems I : Theory and Applications, January 1994.
- [100] G. H. Yuan, S. Banerjee, E. Ott and J. A. Yorke, *Bordercollision bifurcations in the buck converter*, IEEE Trans. on Circuits and Systems-I, vol. 45, pp. 707 - 715, 1998.
- [101] A. El Aroudi, L. Benadero, E. Toribio and S. Machiche, *Quasiperiodicity and chaos in the dc - dc buck - boost converter*, International Journal of Bifurcation and Chaos, vol. 10, pp. 359 - 371, 2000.
- [102] A. El Aroudi, *Study of Nonlinear Phenomena and Quasiperiodicity Route to Chaos in PWM DC/DC Converters*. Thèse de doctorat, Universitat Politècnica de Catalunya, Spain, February 2000.
- [103] A. El Aroudi and R. Leyva, *Quasi - periodic route to chaos in a pwm voltage - controlled dc - dc boost converter*, IEEE Trans. on Circuits and Systems, vol. 48, no. 8, pp. 967 - 978, 2001.
- [104] S. Banerjee, *Bifurcations in two - dimensional piecewise smooth. maps - theory and applications in switching circuits*, IEEE Trans. On Circuits and Systems - I, vol. 47, pp. 633 - 647, 2000.
- [105] M. Di Bernardo and K. Tse Chi, *Bifurcation and chaos in power electronics : an overview in nonlinear dynamics in engineering*, Edited by Prof. G. Chen, 2002.

- [106] Z. Wei, Q. Yang, *Dynamical analysis of a new autonomous 3 - D chaotic system only with stable equilibria*, Nonlinear Anal. : RWA, vol. 12, no. 1, pp. 106 - 118, 2011
- [107] S. Dadras and H. R. Momeni, *A novel three - dimensional autonomous chaotic system generating two, three and four - scroll attractors*, Phys. Lett. A, vol. 373, no. 40, pp. 3637 -3642, 2009
- [108] W. Zhou, Y. Xu, H. Lu and L. Pan, *On dynamics analysis of a new chaotic attractor*, Phys. Lett. A, vol. 372, no. 36, pp. 5773 - 5777, 2008
- [109] X. F. Li, K. E. Chlouverakis and D. L. Xu, *Nonlinear dynamics and circuit realization of a new chaotic flow : A variant of Lorenz, Chen and $L\tilde{A}_{\frac{1}{4}}$* , Nonlinear Analysis : Real World Applications, vol. 10, no. 4, pp. 2357 - 2368, 2009
- [110] F. Yu, C. Wang, *A Novel Three Dimension Autonomous Chaotic System with a Quadratic Exponential Nonlinear Term*, Eng. Technol. Appl. Sci. Res., vol. 2, no. 2, pp. 209 - 215, 2012
- [111] R. Gilmore and C. Letellier, *The symmetry of chaos*, Oxford University Press, USA, 2007.
- [112] C. Letellier, *The symmetry of chaos*, Topology and Dynamics of Chaos, chapter 10, pp. 227 - 248, 2013
- [113] P. Djondiné, R. He, M. Ghanes and J-P. Barbot, *Chaotic behavior study for serial multicellular chopper connected to nonlinear load*, Proceedings of the 3rd International Conference on Systems and Control, Algiers, Algeria, October 29 - 31, 2013
- [114] P. Djondiné, Malek Ghanes, Jean-Pierre Barbot, Bernard Essimbi, *Dynamical Behaviors of Multicellular Chopper*, Journal of Control Science and Engineering, vol. 2, no. 1, pp. 35 - 42, 2014
- [115] E. N. Lorenz, *Deterministic no periodic flow*, J. Atmos. Sci., vol. 20, pp. 130 - 141, 1963.
- [116] O. E. Rossler, *An equation for continuous chaos*, Phys Lett A, vol. 57, pp. 397 - 398, 1976.
- [117] L. O. Chua, *Chua's Circuit : An Overview Ten Years Later*, Journal of Circuits, Systems and Computers, vol. 4, pp. 117 - 159, 1994.
- [118] R. Ruelland, *Apport de la co - simulation dans la conception de l'architecture des dispositifs de commande numérique pour les systèmes électriques*, Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Toulouse, 2002

- [119] G. Gateau, P. Maussion, T. Meynard, *De la modélisation à la commande non linéaire des convertisseurs multicellulaires série. Application à la fonction hacheur*, J. Phys III France, vol. 7, pp. 1277 - 1305, juin 1997
- [120] A. Isidori, *Nonlinear Control Systems : An Introduction*, Edited by M. Thoma, Springer, 1985
- [121] A. Glumineau, Y. Shtessel, F. Plestan, *Impulsive-sliding mode adaptive control of second order system*, International Federation of Automatic Control (IFAC), August 28 - September 2, Milano (Italy) 2011
- [122] F. Plestan, Emmanuel Moulay, Alain Glumineau, Thibault Cheviron, *Robust output feedback sampling control based on second order sliding mode*, Automatica, International Federation of Automatic Control, vol. 46, no. 6, pp.1096 - 1100, 2010.
- [123] R. David, H. Alla, *Du Grafet aux Réseaux de Petri*, Hermès : Paris, 1992
- [124] N. Bouhali, M. Cousineau, E. Sarraut, T. Meynard, *Multiphase coupled converter*, IEEE, Power Electronics and Motion Control Conference, EPE - PEMC, pp. 281 - 287, sept. 2008
- [125] S. Lafortune, G. Cassandra, *Introduction to discrete event systems*, Kuwer Academic Publishers, Hardbound, 1998
- [126] D. René, H. Alla, *Du grafet aux réseaux de Petri*, Ouvrage ISBN13 : 978-2-86601-325-7, 2e édition, 500 pages, 1997
- [127] W. M. Zuberek, W. Kubiak, *Timed Petri nets in modeling and analysis of simple schedules for manufacturing cells*, Computers and Mathematics with Applications, vol. 37, no. 11 - 12, pp. 191 - 206, 1999
- [128] W. M. Zuberek, *Timed Petri nets and performance evaluation of systems*, IEEE Int. Conf. on Systems, Man, and Cybernetics (SMC'98), San Diego, CA, pp. 278 - 283, 11 - 14 october 1998
- [129] W. M. Zuberek, *Hierarchical Analysis of Manufacturing Systems Using Petri Nets*, Proc. IEEE Int. Conf. on Systems, Man, and Cybernetics (SMC'2000), vol. 4, pp. 3021 - 3026, 8 - 11 October 2000
- [130] W. M. Zuberek, *Cluster tools with chamber revisiting - modeling and analysis using timed Petri nets*, IEEE Trans. Semicond. Manuf., vol. 17, no. 3, pp. 333 - 344, 2004
- [131] W. M. Zuberek, *Timed Petri net models of cluster tools*, Proc. IEEE Int. Conf. on Systems, Man, and Cybernetics (SMC'2000), vol. 4, no. 11 - 12, pp. 3063 - 3068, 8 - 11 October 2000

- [132] C. V. Ramamoorthy, G. S. Ho, *Performance evaluation of Asynchronous Concurrent Systems Using Petri Nets*, IEEE Trans. on Software Engineering, vol. 6, no. 5, pp. 440 - 449, September 1980
- [133] B. Amghar, A.-M. Darcherif, Jean-Pierre Barbot, *Modélisation et commande d'un convertisseur multicellulaire parallèle par réseau de Petri*, CIFA 2012, 7ème Conférence Internationale Francophone d'Automatique, Grenoble, France, 2012
- [134] A. Chouder, *Contribution à la commande des convertisseurs multicellulaires série*, Mémoire de magister en électrotechnique à l'université Ferhat Abbas de Setif, 2010
- [135] F. Alin, *Contribution à la prédiction et au contrôle des emportements apériodiques dans les convertisseurs électromécaniques. Application à la théorie du chaos*, Thèse de doctorat à l'Université de Reims Champagne Ardenne, 2001
- [136] T. Yoshizawa, *Stability Theory by liapuno's Second Method*, The Mathematical Society of japon, 1966. Rivers, pp. 622 - 623, 1996
- [137] M. Hurley, *Lyapunov functions and attractors in arbitrary metric spaces*, Proc. Amer. Math. Soc. 126. MR 1458880 (98I :58147), pp. 245 - 256, 1998
- [138] B. Van Der Pol, J. Van Der Mark, *Frequency demultiplication*, Nature, vol. 120, pp. 363 - 364, September 1927
- [139] L. O. Chua, *The genesis of chua's circuit*, Archiv für Elektronik und Übertragungstechnik, vol. 46, no. 4, pp. 250 - 257, 1992
- [140] L. O. Chua, *Chua's circuit 10 years later*, International Journal of Circuit Theory and Applications, vol. 22, no. 4, pp. 279 - 305, July 1994
- [141] G. Segulier, *Electronique de Puissance. Les fonctions de base et leurs principales applications*, Dunod, ISBN 2-10-003107-4, 1996.
- [142] A. Wolf, J. B. Swift, L. H. Swinney, J. A Vastano, *Determining Lyapunov exponents from a time series*, Physica D, vol. 16, pp. 285 - 317, 1985.
- [143] D. Amroun-Aliane, Luc Pastur, Marc Brunel, Hervé Leblond, François Sanchez, Christophe Letellier, *Analyse de dynamiques spatio-temporelles d'un laser*, Rencontre non linéaire, 2009.
- [144] D. Amroun-Aliane, Christophe Letellier, Luc Pastur, *Dynamiques toroïdales non triviales dans un laser spatio-temporel*, Rencontre non linéaire, 2010.
- [145] D. Amroun-Aliane, Luc Pastur, Christophe Letellier, *Des dynamiques temporelles aux diagrammes spatio-temporels : défauts, cohérence de phase et observabilité*, Rencontre non linéaire, 2011

- [146] G. Gouesbet, S. Meunier-Guttin-Cluzel, *Dynamique non linéaire, chaos et effets thermiques*, Techniques de l'ingénieur, traité génie énergétique.
- [147] H. Strogatz Steven, *Nonlinear Dynamics and Chaos : With Applications to Physics, Biology, Chemistry, and Engineering*, Perseus Books Publishing, 1994
- [148] M. W. Hirsch, Stephen Smale, Robert L. Devaney, *Differential Equations, Dynamical Systems, and an Introduction to Chaos*, Elsevier Academics Press, 2004
- [149] B. Mandelbrot, Odile Jacob, *Une approche fractale des marchés*, 2009
- [150] A. Delaigue, *L'influence de Mandelbrot dans la finance*, OWNI digital journalism, 29 octobre 2010
- [151] J. C. Roux, H. Swinney, *Topology of chaos in a chemical reaction*, Dans Nonlinear phenomena in chemical dynamics. Edité par C. Vidal, A. Pacault, Springer-Verlag, Heidelberg, pp. 38 - 43, 1981
- [152] J. Zhang, K. H. Johansson, J. S. Sastry, J. Lygeros, *Zeno Hybrid Systems*, International Journal of Robust and Nonlinear Control, vol. 11, no. 5, pp. 435 - 451, 2001
- [153] K. T. Alligood, T. D. Sauer, J. Yorke, *Chaos : An introduction to dynamical systems*, Springer - Verlag, New York, 1996
- [154] A. J. Fossard, D. Normand-Cyrot, *Système non linéaires* Masson, 1993.
- [155] C. Edward, S. Spurgeon, *Sliding mode control theory and application*, édition de Taylor et francis Ltd 1998.
- [156] J.-J. E. Slotine, *Applied non linear control*, édition de massachusetts institute of technology prentice hall 1991.

Résumé : Les travaux de cette thèse portent sur l'analyse des comportements chaotiques dans les convertisseurs multicellulaires séries. Ces systèmes à commutation peuvent présenter une variété de phénomènes complexes liés à des bifurcations et au chaos. Sachant qu'un convertisseur de puissance qui a une charge purement dissipative, ne peut générer un comportement chaotique, nous avons dans la première partie de cette thèse, connecté un hacheur à deux cellules à une charge non linéaire non strictement dissipative et nous avons analysé ses comportements à l'aide des propriétés dynamiques de base et présenté les routes vers le chaos. La fin de cette partie a été consacrée à l'étude du hacheur à cinq cellules qui est une généralisation du hacheur à deux cellules. Afin de supprimer le comportement chaotique, la deuxième partie du travail a été consacrée à la synthèse d'une loi de commande hybride basé sur la modélisation par réseaux de Petri pour la régulation des tensions des condensateurs flottants et du courant de charge.

Mots-clefs : Etude du Chaos, systèmes à commutation, convertisseur multicellulaire série, section de Poincaré, système dynamique hybride, réseaux de Petri

Abstract : This thesis deals with the analysis of chaotic behaviors in serial multicellular converters. These switching systems can have a variety of complex phenomena associated with bifurcations and chaos. Knowing that a power converter that has a purely dissipative load cannot generate chaotic behavior, we've in the first part of this thesis, we connected a two-cell chopper to a nonlinear load not strictly dissipative and we've analyzed its behaviors by using some basic dynamic properties and thus presented the routes to chaos. The end of this part was devoted to the study of the 5-cell chopper which is a generalization of the two-cell chopper. In order to eliminate the chaotic behavior, the second part was devoted to the synthesis of a controlled law based on hybrid modeling of Petri nets for the regulation of capacitor voltages and current load.

Keywords : Study of chaos, switching systems, serial multicellular converter, Poincaré section, hybrid dynamical systems, Petri nets